

dr inż. Piotr Kowalczyk  
Katedra Inżynierii Mikrofalowej i Antenowej  
Wydział Elektroniki, Telekomunikacji i Informatyki  
Politechnika Gdańska

## AUTOREFERAT

### 1. Imię i Nazwisko

**dr inż. Piotr Kowalczyk**

### 2. Posiadane dyplomy, stopnie naukowe/artystyczne – z podaniem nazwy, miejsca i roku ich uzyskania oraz tytułu rozprawy doktorskiej.

**2008** – Doktor nauk technicznych w zakresie elektroniki; miejsce: Politechnika Gdańska, Wydział Elektroniki, Telekomunikacji i Informatyki; rozprawa pt. "Efektywna analiza światłowodów fotonicznych metodą różnic skończonych w dziedzinie częstotliwości" (rozprawa wyróżniona).

**2002-2008** – Studia doktoranckie na Wydziale Elektroniki, Telekomunikacji i Informatyki, Politechniki Gdańskiej

**2001** – Magister inżynier, na kierunku: fizyka techniczna; miejsce: Politechnika Gdańska, Wydział Fizyki Technicznej i Matematyki Stosowanej; praca pt. „Metoda Hartree-Focka dla ograniczonych atomów zamkniętopowłokowych”

**1996-2001** – Studia magisterskie na Wydziale Fizyki Technicznej i Matematyki Stosowanej, Politechniki Gdańskiej

### 3. Informacje o dotychczasowym zatrudnieniu w jednostkach naukowych/ artystycznych.

**2007-2009** – Politechnika Gdańska, Wydział Elektroniki, Telekomunikacji i Informatyki, Katedra Inżynierii Mikrofalowej i Antenowej; stanowisko: asystent; zakres prac: praca badawcza i dydaktyczna

**2009-obecnie** – Politechnika Gdańska, Wydział Elektroniki, Telekomunikacji i Informatyki, Katedra Inżynierii Mikrofalowej i Antenowej; stanowisko: adiunkt; zakres prac: praca dydaktyczna oraz badawcza w ramach projektów naukowych związanych z techniką mikrofalową i antenową oraz elektrodynamiką obliczeniową

### 4. Wskazanie osiągnięcia\* wynikającego z art. 16 ust. 2 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz. U. 2016 r. poz. 882 ze zm. w Dz. U. z 2016 r. poz. 1311.):

a) tytuł osiągnięcia naukowego/artystycznego,

**Opracowanie nowych algorytmów szukania i śledzenia miejsc zerowych w dziedzinie zespolonej do analizy problemów elektrodynamicznych**

- b) (autor/autorzy, tytuł/tytuły publikacji, rok wydania, nazwa wydawnictwa, recenzenci wydawniczy),

Publikacje w czasopismach indeksowanych w bazie ISI JCR:

- [1] J.J. Michalski, **P. Kowalczyk**, "Efficient and Systematic Solution of Real and Complex Eigenvalue Problems Employing Simplex Chain Vertices Searching Procedure," Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on, vol. 59, no. 9, pp. 2197-2205, Sept. 2011 (wkład: **10%**, pkt. MNiSW: 35, IF 2011: 1.853, Q1) <sup>(IEEE)</sup>
- [2] **P. Kowalczyk**, "Complex Root Finding Algorithm Based on Delaunay Triangulation", ACM Transactions on Mathematical Software, vol. 41, no. 3, art. 19, pp. 1-13, June 2015 (wkład: **100%**, pkt. MNiSW: 50, IF 2015: 1.879, Q1) <sup>(ACM)</sup>
- [3] **P. Kowalczyk**, "On root finding algorithms for complex functions with branch cuts", Journal of Computational and Applied Mathematics, vol. 314, pp. 1-9, April 2017 (wkład: **100%**, pkt. MNiSW: 35, IF 2016: 1.357, Q1) <sup>(ELSEVIER)</sup>
- [4] **P. Kowalczyk**, W. Marynowski, "Efficient Complex Root Tracing Algorithm for Propagation and Radiation Problems," in IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 65, no. 5, pp. 2540-2546, May 2017 (wkład: **50%**, pkt. MNiSW: 35, IF 2016: 2.957, Q1) <sup>(IEEE)</sup>
- [5] M. Warecka, R. Lech, **P. Kowalczyk**, "Propagation in the Open Cylindrical Guide of Arbitrary Cross Section with the Use of Field Matching Method," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, w druku (wkład: **45%**, pkt. MNiSW: 35, IF 2016: 2.957, Q1) <sup>(IEEE)</sup>

Manuskrypty aktualnie recenzowane w czasopismach indeksowanych w bazie ISI JCR:

- [6] **P. Kowalczyk**, "Global Complex Roots and Poles Finding Algorithm Based on Phase Analysis", w recenzji w Journal of Computational and Applied Mathematics (wkład: **100%**)

Publikacje konferencje oraz inne (nieindeksowane w bazie ISI JCR):

- [7] **P. Kowalczyk**, "Efficient Root Tracing Method Employing Simplex Chain Vertices Searching Procedure" The 32st Progress In Electromagnetics Research Symposium, PIERS in Moscow, Russia, pp. 815, 19-23 August, 2012 (wkład: **100%**) <sup>(PIERS)</sup>
- [8] W. Marynowski, **P. Kowalczyk**, "Analysis of Magnetic Losses in Ferrite Coupled Lines Using SDA and Hybrid Root Finding Algorithm " The 33rd Progress In Electromagnetics Research Symposium, PIERS in Taipei, Taiwan, pp. 635, 25-28 March, 2013 (wkład: **20%**) <sup>(PIERS)</sup>
- [9] **P. Kowalczyk**, „Efektywna technika poszukiwania miejsc zerowych funkcji zespolonych występujących w zagadnieniach propagacyjnych”, Przegląd Telekomunikacyjny nr 4, s. 532-535, 2015 (lista B, pkt. MNiSW: 9, wkład: **100%**) <sup>(PT)</sup>
- [10] W. Marynowski, **P. Kowalczyk**, "Innovative root finding and tracing algorithms in complex domain for treatment of lossy transmission lines," 2016 International Symposium on Antennas and Propagation (ISAP), Okinawa, 2016 (wkład: **20%**) <sup>(IEEE)</sup>

- [11] **P. Kowalczyk**, "Efficient complex root finding algorithm for microwave and optical propagation problems," 2016 21st International Conference on Microwave, Radar and Wireless Communications (MIKON), Krakow, 2016 (wkład: **100%**) <sup>(IEEE)</sup>
- [12] W. Marynowski, **P. Kowalczyk**, R. Lech, A. Kusiek and J. Mazur, "Analysis of graphene multi-strip planar guiding structures with the use of spectral domain approach", IEEE MTT-S International Microwave Workshop Series on Advanced Materials and Processes (IMWS-AMP 2017), Pavia, Italy, 20-22 September 2017 (wkład: **40%**) <sup>(IEEE)</sup>
- [13] M. Warecka, **P. Kowalczyk**, and R. Lech, "Evaluation of propagation parameters of open guiding structures with the use of complex root finding algorithms" IEEE MTT-S International Microwave Workshop Series on Advanced Materials and Processes (IMWS-AMP 2017), Pavia, Italy, 20-22 September 2017 (wkład: **60%**) <sup>(IEEE)</sup>

Publikacje wchodzące w skład jednotematycznego cyklu dostępne są online w odpowiednich bazach wydawnictw:

- <sup>(IEEE)</sup> – IEEE Xplore Digital Library ([ieeexplore.ieee.org](http://ieeexplore.ieee.org))
- <sup>(ELSEVIER)</sup> – Elsevier Journals ([www.sciencedirect.com/](http://www.sciencedirect.com/))
- <sup>(ACM)</sup> – ACM TOMS ([toms.acm.org](http://toms.acm.org))
- <sup>(PIERS)</sup> – PIERS Abstracts ([piers.org](http://piers.org))
- <sup>(PT)</sup> – Przegląd telekomunikacyjny ([www.przegladtelekomunikacyjny.pl](http://www.przegladtelekomunikacyjny.pl))

- c) omówienie celu naukowego/artystycznego ww. pracy/prac i osiągniętych wyników wraz z omówieniem ich ewentualnego wykorzystania.

Projektowanie oraz optymalizacja układów pracujących w zakresie optycznym lub mikrofalowym wymaga pełnofalowej analizy pól elektromagnetycznych występujących w takich strukturach. Istnieje szereg metod umożliwiających wyznaczenie tychże pól, a ze względu na stopień złożoności używanych obecnie układów praktycznie zawsze problem ten wymaga stosowania metod numerycznych. Nawet w przypadku prostych technik, takich jak metoda dopasowania rodzajów czy dopasowania pól, zagadnienie ostatecznie sprowadza się do znalezienia miejsc zerowych mniej lub bardziej złożonej funkcji  $F(z) = 0$  [5,9,13]. W przypadku metod spektralnych funkcja taka wyrażona jest w postaci wyznacznika, którego elementy otrzymywane są w wyniku całkowania odpowiedniej funkcji Greena [1,4,7,8,10,13]. Również w technikach hybrydowych, łączących metody dyskretne (różnic lub elementów skończonych) z analitycznymi, zagadnienia sprowadzać się mogą do nieliniowych problemów własnych, które rozwiązać można poprzez wyznaczenie miejsc zerowych odpowiedniego równania charakterystycznego [14,15].

Trzeba w tym miejscu zaznaczyć, że omawiane funkcje są najczęściej funkcjami zespolonymi, zmiennej zespolonej, co w znacznym stopniu utrudnia analizę. Na przykład, otrzymane miejsce zerowe reprezentować może współczynnik propagacji przewodnicy mikrofalowej lub światłowodu. Współczynnik ten jest czysto rzeczywisty (lub czysto urojony) jedynie w analizie rodzajów prowadzonych, przy założeniu bezstratności ośrodków, z których zbudowana jest struktura. W przypadku ośrodków stratnych nawet rodzaje prowadzone (rodzaje wyciekające i zespolone oczywiście także) opisywane są zespolonymi współczynnikami propagacji. Bardzo podobna sytuacja ma miejsce przy badaniu częstotliwości rezonansowych (np. różnego typu rezonatorów i promienników). Wartość

częstotliwości rezonansowej jest w ogólności zespolona, a jej część urojona odpowiada za straty w strukturze lub wypromieniowanie.

Ważną i jednocześnie bardzo niekorzystną cechą omawianych tutaj funkcji jest fakt, że często posiadają one osobliwości, ciecica oraz punkty rozgałęzienia wewnątrz rozważanej dziedziny. W wielu przypadkach są one zlokalizowane w bezpośrednim sąsiedztwie poszukiwanych miejsc zerowych, co znacząco komplikuje analizę (istotnie ogranicza to spektrum metod/algorytmów stosowanych do wyznaczania tychże miejsc zerowych).

Zagadnienie poszukiwania miejsc zerowych jest jednym z kanonicznych problemów metod numerycznych. Jego praktyczne zastosowania nie ograniczają się wyłącznie do elektrodynamiki obliczeniowej, podobne problemy występują w akustyce [16], teorii sterowania [17], mechanice kwantowej [18] i wielu innych dziedzinach. Nie dziwi więc fakt, że istnieje obecnie bardzo wiele algorytmów umożliwiających wyznaczanie miejsc zerowych (także zespolonych). Jednakże w praktyce okazuje się, że algorytmy te mogą być stosowane wyłącznie do określonej klasy funkcji lub dla ograniczonego obszaru dziedziny. Standardowe techniki, takie jak metoda Newtona [19], Mullera [20] lub simplex [21] należą do metod lokalnych czyli wymagają wstępnej znajomości lokalizacji poszukiwanego miejsca zerowego. Jeżeli wstępna lokalizacja nie jest wystarczająco precyzyjna, algorytm może ominąć to miejsce zerowe i zbiegać się do innego (kontrola takiego procesu może być bardzo trudna). Metody globalne mogą być efektywnie stosowane jedynie dla prostych funkcji wielomianowych [22,23]. Istnieją oczywiście uogólnienia tychże metod, jednak analizowana funkcja nie może posiadać biegunów ani cięć w rozważanym obszarze [24,25]. Podobne warunki narzucane są w przypadku metod wymagających dyskretyzacji badanej dziedziny [26]. Powyższe ograniczenia przyczyniły się do powstania wielu złożonych technik numerycznych dedykowanych konkretnym zagadnieniom (np. wykorzystujących znane lokalizacje biegunów [27] lub bazujących na algorytmach genetycznych [28]).

Dużą efektywnością charakteryzują się algorytmy śledzące miejsce zerowe w funkcji dodatkowego parametru  $F(z, t) = 0$ . Wówczas lokalizacja miejsca zerowego zmienia się (zakładamy, że w sposób ciągły) wraz ze zmianą tego parametru. Pozwala to w istotny sposób ograniczyć obszar poszukiwań miejsca zerowego, gdyż niewielka zmiana parametru  $t$  powodować powinna niewielką zmianę lokalizacji miejsca zerowego. Na przykład, przy wyznaczaniu charakterystyk dyspersyjnych przewodnicy falowej parametrem tym może być częstotliwość. Dodatkowym parametrem może być także stratność materiału, z którego wykonano układ, lub któryś z wymiarów geometrycznych struktury. Jednakże technika ta była dotąd stosowana wyłącznie dla funkcji rzeczywistych [29]. Ponadto, do rozpoczęcia procesu śledzenia konieczna jest znajomość lokalizacji miejsca zerowego dla przynajmniej jednej wartości dodatkowego parametru  $t$ .

Warto tu jeszcze zaznaczyć, że w przypadku funkcji zespolonych kłopotliwa może być nawet sama weryfikacja czy wyznaczony punkt rzeczywiście jest miejscem zerowym. Odróżnienie miejsca zerowego od bieguna lub cięcia na płaszczyźnie zespolonej wymaga specyficznej analizy otoczenia badanego punktu. Jednoznaczne stwierdzenie czy część rzeczywista i urojona funkcji zeruje się w jednym i tym samym miejscu umożliwia **zasada argumentu Cauchy'ego - CAP** (ang. Cauchy's Argument Principle) [30]. Jednakże wymaga ona całkowania po krzywej ograniczającej badany obszar, co powoduje znaczne

zwiększenie nakładów obliczeniowych w stosunku do przypadku funkcji rzeczywistych, gdzie wystarczy zmiana znaku w określonym przedziale.

**Głównym celem naukowym jednotematycznego cyklu publikacji habilitanta było opracowanie szybkich, skutecznych i uniwersalnych algorytmów globalnego szukania oraz śledzenia miejsc zerowych w dziedzinie zespolonej.** Stworzenie tego typu narzędzi pozwoliło znacząco zwiększyć efektywność, a nawet poszerzyć zakres stosowalności technik wykorzystywanych w elektrodynamice obliczeniowej. Opracowane algorytmy mogą być stosowane dla bardzo szerokiej klasy funkcji (także zawierających bieguny i cięcia) oraz przy dowolnym kształcie dziedziny.

Poniżej zestawione zostały poszczególne rezultaty prac związanych z jednotematycznym cyklem publikacji tworzącym główne osiągnięcie naukowe habilitanta. Następnie przedstawiony jest krótki opis tychże rezultatów.

#### **Zestawienie najważniejszych rezultatów badań przeprowadzonych w ramach głównego osiągnięcia naukowego habilitanta:**

- I. **Opracowanie algorytmu śledzenia miejsc zerowych w funkcji dodatkowego parametru**
- II. **Opracowanie algorytmu globalnego szukania miejsc zerowych**
- III. **Opracowanie techniki eliminacji cięć pomiędzy płatami Riemanna (dla funkcji wieloznacznych)**
- IV. **Poprawa efektywności i rozszerzenie zakresu stosowalności metod wykorzystywanych w elektrodynamice obliczeniowej**

#### **Opis najważniejszych rezultatów:**

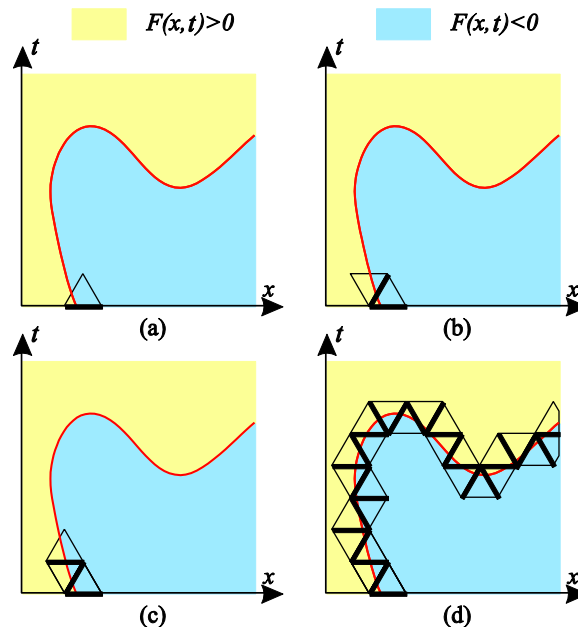
##### **I. Opracowanie algorytmu śledzenia miejsc zerowych w funkcji dodatkowego parametru**

W pracy [1] zaproponowany został algorytm śledzący miejsca zerowe w  $N$  – wymiarowej przestrzeni rzeczywistej i zespolonej (dotyczy on zatem funkcji zależnej od  $N$  zmiennych). Technika ta opiera się na konstrukcji łańcucha  $N$ -sympleksów, przez których ściany przechodzi miejsce zerowe rozważanej funkcji (1-sympleks reprezentuje odcinek, 2-sympleks jest trójkątem równobocznym, zaś 3-sympleks jest czworościanem foremny). W przypadku funkcji rzeczywistej dwóch zmiennych (rzeczywistej  $x$  i rzeczywistego parametru  $t$ ) konstrukcję wspomnianego łańcucha przedstawia rys. 1.

Proces rozpoczyna się od zadanego odcinka, zawierającego miejsce zerowe (znak funkcji zmienia się wzdłuż odcinka). Następnie dokładany jest nowy punkt, tak aby wraz z końcami odcinka tworzył wierzchołki trójkąta równobocznego. W wyniku zbadania znaku funkcji w nowym wierzchołku określić można, które z ramion trójkąta zawiera miejsce zerowe. Ramię to staje się bazą do stworzenia kolejnego trójkąta równobocznego i proces może być powtarzany dla dowolnej liczby elementów łańcucha.

W podobny sposób wyznaczane są łańcuchy czworościanów foremnych w trzech wymiarach lub generalnie łańcuchy  $N$ -sympleksów w przestrzeni  $N$  wymiarowej. W kolejnych krokach, dla kolejnych

elementów łańcucha, doliczana jest wartość funkcji tylko w jednym punkcie i sprawdzana jest zmiana znaku w wierzchołkach  $(N - 1)$ -sympleksów stanowiących brzeg  $N$ -sympleksu.



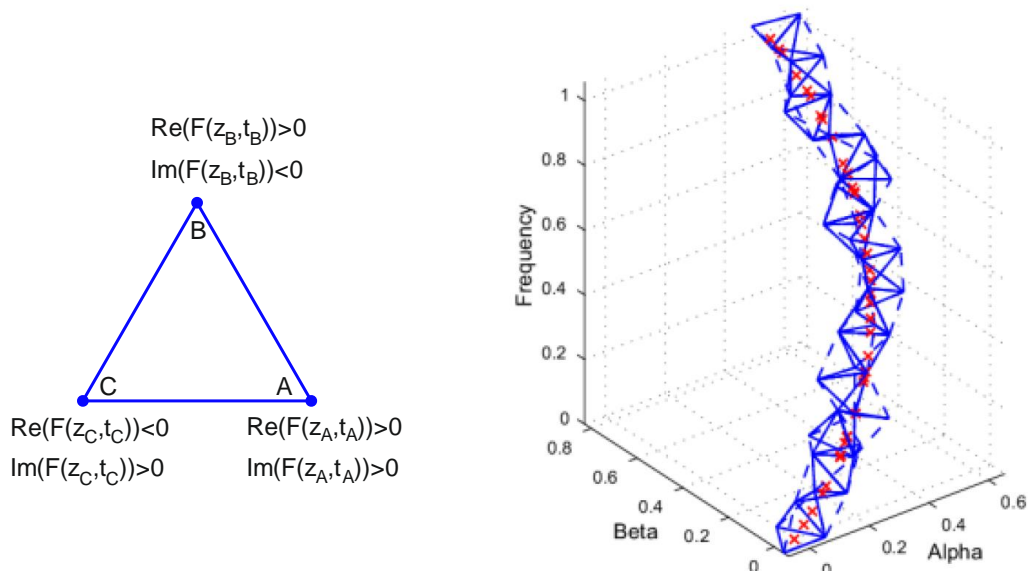
Rys. 1. Schemat tworzenia łańcucha 2-sympleksów; (a) dla danego odcinka, zawierającego miejsce zerowe (linia pogrubiona) dokładany jest nowy punkt stanowiący wierzchołek trójkąta równobocznego; (b) w wyniku zbadania znaku funkcji w nowym wierzchołku określić można, które z ramion trójkąta zawiera miejsce zerowe (linia pogrubiona), następnie staje się ono bazą do stworzenia kolejnego trójkąta równobocznego; (c) proces jest powtarzany dla kolejnego elementu łańcucha; (d) ostateczny łańcuch trójkątów równobocznych.

Przedstawiony tutaj proces śledzenia może być uogólniony na dziedzinę zespoloną. W przypadku funkcji zespolonych badana jest zmiana znaków zarówno jej części rzeczywistej jak i urojonej. Kolejne elementy łańcucha dodawane są, podobnie jak w przypadku funkcji rzeczywistej, jednak wymagana jest zmiana znaku zarówno części rzeczywistej, jak i części urojonej na tej samej ścianie  $N$ -sympleksu. Na rys. 2 przedstawiony jest przykładowy łańcuch w dziedzinie  $\mathbb{C} \times \mathbb{R}$  (trzy wymiary - 3-sympleks).

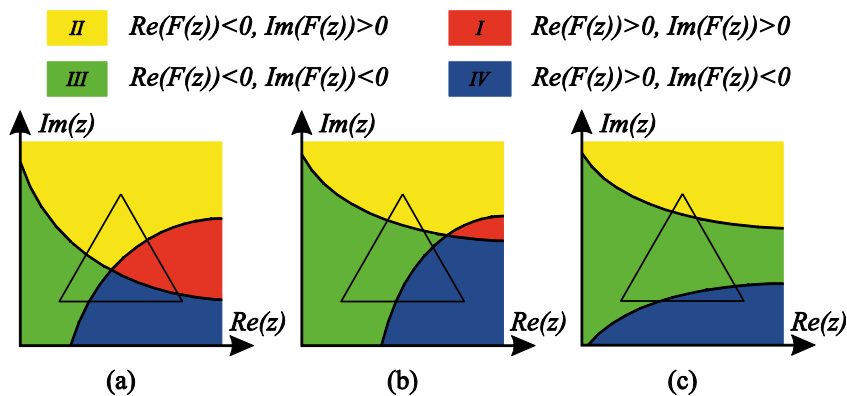
Algorytm zaproponowany w [1] posiada jednak pewną wadę, która może zmniejszać jego efektywność oraz powodować spadek dokładności wyznaczonych krzywych reprezentujących przebieg miejsca zerowego w funkcji dodatkowego parametru. Dzieje się tak w sytuacji, gdy do łańcucha  $N$ -sympleksów dołączane są elementy, które w rzeczywistości nie zawierają miejsca zerowego. Na rys. 3 przedstawiony jest przykład, w którym części rzeczywista i urojona funkcji zmieniają znak w wierzchołkach trójkąta, jednak nie jest to jednoznaczne z istnieniem miejsca zerowego w jego wnętrzu. W rezultacie łańcuch może „poszerzać się” o dodatkowe elementy, co pogarsza dokładność rozwiązania oraz zmniejsza jego efektywność (liczba punktów, w których obliczane są wartości funkcji jest nadmiarowa).

Częściową eliminację wspomnianej wady udało się uzyskać poprzez interpolację funkcji wewnątrz obszaru  $N$ -sympleksu i dodatkowe szacowanie lokalizacji miejsca zerowego [7,8,10]. W przypadku 2-sympleksów (trójkątów równobocznych) przedstawionych na rys. 4, w oparciu o wartości funkcji w trzech punktach/wierzchołkach wyznaczyć można dwie płaszczyzny reprezentujące odpowiednio część rzeczywistą funkcji oraz jej część urojoną. Wówczas skonstruować można odcinek wewnątrz trójkąta

aproxymujący zero części rzeczywistej oraz drugi odcinek aproxymujący zero części urojonej. Przekięcie tych odcinków określa przybliżoną lokalizację miejsca zerowego. Podejście takie poprawia efektywność metody, jednakże nadal nie gwarantuje, że miejsce zerowe zlokalizowane jest wewnątrz trójkąta. Wyniki analizy różnego typu przewodnic falowych, otrzymane przy wykorzystaniu omówionej modyfikacji, zaprezentowane zostały na trzech konferencjach międzynarodowych [7,8,10].



Rys. 2. Łańcuch czworościanów foremnych skonstruowany w oparciu o kontrolę zmiany znaku części rzeczywistej i urojonej funkcji w wierzchołkach trójkąta równobocznego.



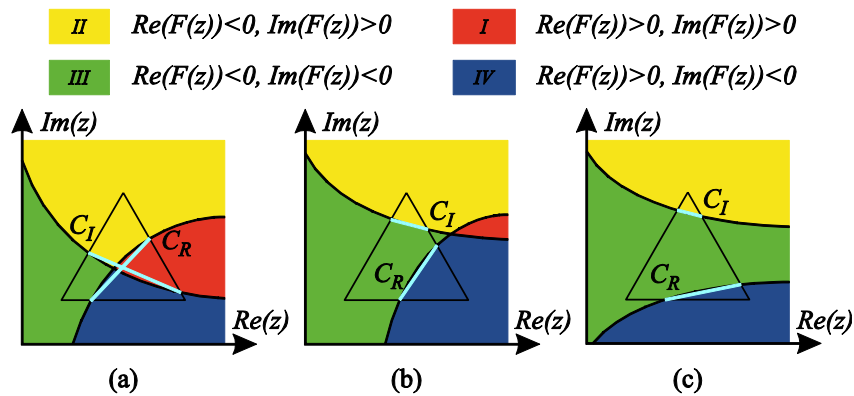
Rys. 3. Część rzeczywista i urojona funkcji zmienia znak w wierzchołkach trójkąta równobocznego, co może sugerować miejsce zerowe wewnątrz trójkąta jednak nie jest to jednoznaczne z istnieniem miejsca zerowego w jego wnętrzu; (a) miejsce zerowe jest zlokalizowane wewnątrz trójkąta; (b) miejsce zerowe zlokalizowane jest w sąsiedztwie trójkąta; (c) funkcja nie posiada miejsca zerowego w rozważanym obszarze.

Istotny wzrost niezawodności i efektywności algorytmu śledzącego udało się uzyskać poprzez zastosowanie zasady CAP [30]. Wyniki i szczegółowy opis metody przedstawione zostały w pracy [4]. Główną ideą podejścia zaproponowanego w pracy [4] jest dyskretyzacja zasady CAP oraz jej uogólnienie na przestrzeń  $\mathbb{C} \times \mathbb{R}$ .

W standardowym ujęciu zasada CAP polega na obliczeniu całki konturowej

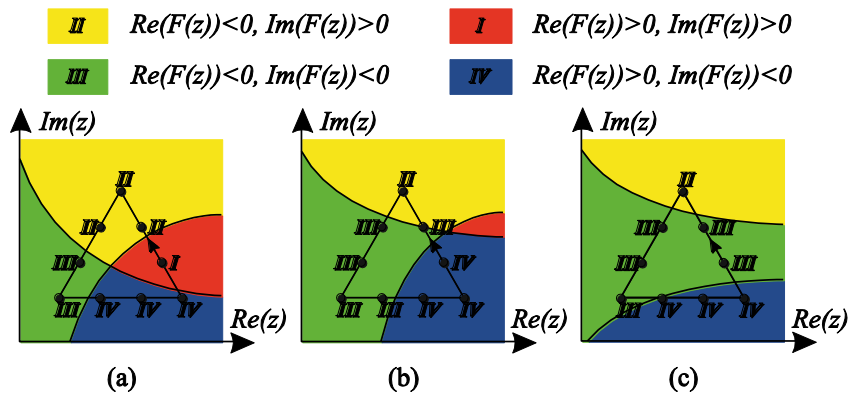
$$\frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{F'(z)}{F(z)} dz = q, \quad (1)$$

gdzie  $C$  jest dowolną krzywą zamkniętą określoną na płaszczyźnie zespolonej. Wówczas parametr  $q$  jest równy liczbie wszystkich zer (wraz z ich krotnościami) funkcji  $F(z)$ , zawartych wewnątrz konturu  $C$ , pomniejszonej o liczbę wszystkich biegunów funkcji (wraz z ich krotnościami) w tym obszarze. W praktyce całkowanie to jest po prostu sumowaniem przyrostów argumentu funkcji  $F(z)$  wzdłuż krzywej  $C$ . Na przykład, gdy wewnątrz konturu znajduje się pojedyncze miejsce zerowe, to  $q = 1$ .



Rys. 4. Części rzeczywista i urojona funkcji może być niezależnie interpolowana (płaszczyznami) wewnątrz obszaru trójkąta. Wówczas odcinek  $C_R$  reprezentuje aproksymowane lokalizacje zera części rzeczywistej, zaś  $C_I$  części urojonej. Przecięcie się obu odcinków określa przybliżoną lokalizację miejsca zerowego.

Dyskretyzacja zasady CAP polegała na zwiększaniu liczby punktów na granicy rozważanego trójkąta, aż do uzyskania argumentów pochodzących z różnych ćwiartek – patrz rys. 5. Ostatecznie, każdemu punktowi przypisana musi być konkretna ćwiartka, a ćwiartki sąsiadujące za sobą punktów nie mogą różnić się o więcej niż jeden. Sumując przyrosty argumentu funkcji pomiędzy punktami, otrzymamy całkowity przyrost argumentu na konturze  $C$ .

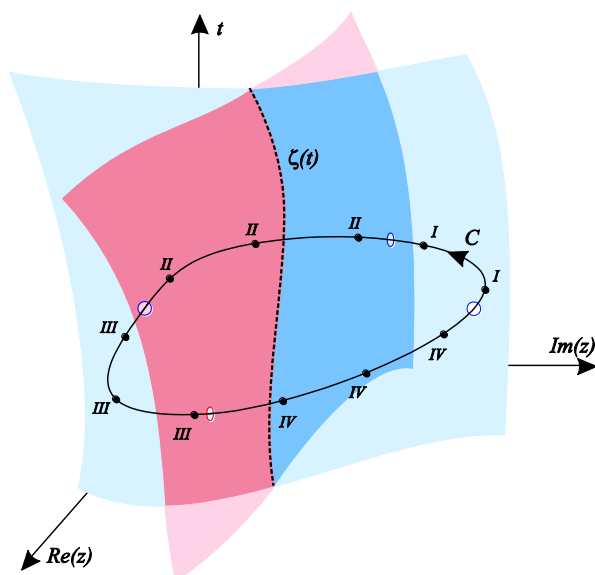


Rys. 5. Zastosowanie dyskretnej zasady CAP dla konturu  $C$  w kształcie trójkąta równobocznego; (a)  $q = 1$  (oznacza miejsce zerowe wewnątrz konturu); (b)  $q = 0$  (oznacza brak miejsca zerowego wewnątrz konturu); (c)  $q = 0$  (oznacza brak miejsca zerowego wewnątrz konturu).

Dyskretna wersja zasady CAP, nie wymaga całkowania i może być łatwo uogólniona, na przykład do przestrzeni  $\mathbb{C} \times \mathbb{R}$ . Na rys. 6 przedstawiona jest główna idea zaproponowanego uogólnienia. W



praktyce weryfikacja istnienia i lokalizacji miejsca zerowego wymaga zatem jedynie znajomości argumentu funkcji na dyskretnym zbiorze punktów.



Rys. 6. Uogólnienie zasady CAP do zagadnień określonych w przestrzeni  $\mathbb{C} \times \mathbb{R}$ .

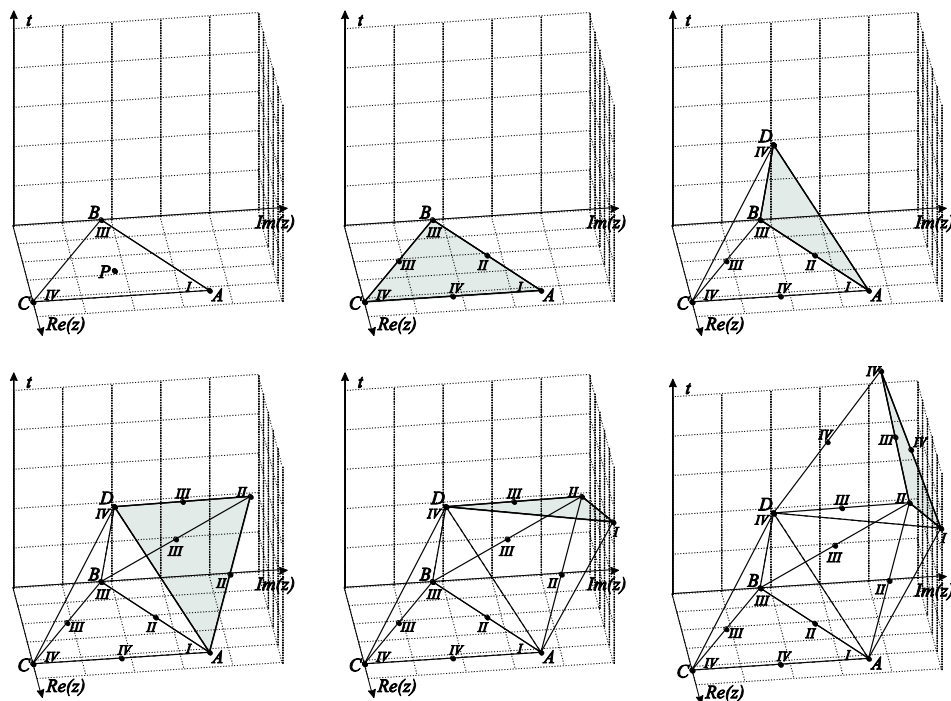
Na rys. 7 zaprezentowany jest schemat konstrukcji łańcucha czworokątów foremnych opartej o dyskretną uogólnioną zasadę CAP wykorzystaną do weryfikacji lokalizacji miejsca zerowego na ściankach (trójkąty równoboczne). Ostatecznie, pomimo większej liczby punktów, zaproponowana w [4] technika jest bardziej efektywna i precyzyjna, niż śledzenie oparte wyłącznie o zmianę znaku [1].

*Wkład habilitanta w omawiane w tym punkcie rozwiązanie polegał na:*

- *współpracy przy stworzeniu koncepcji śledzenia miejsc zerowych, opartej o badanie zmian znaku funkcji w wierzchołkach  $N$ -sympleksów [1],*
- *modyfikacji algorytmu śledzenia [1], wykorzystującej liniową aproksymację części rzeczywistej i urojonej funkcji [7,8,10],*
- *opracowaniu i implementacji algorytmu śledzenia bazującego na dyskretnej uogólnionej zasadzie CAP [4].*

## II. Opracowanie algorytmu globalnego szukania miejsc zerowych

Techniki globalnego poszukiwania miejsc zerowych są mniej popularne i często ograniczają się wyłącznie do określonej klasy funkcji lub obszaru dziedziny. Jednakże są one niezbędne, choćby do wyznaczenia punktów startowych dla algorytmów lokalnych lub śledzących. Prosty i skuteczny algorytm globalnego szukania miejsc zerowych zaprezentowany został w pracy [2]. Zaproponowana technika może być stosowna dla szerokiej klasy funkcji, także takich, które w rozważanej dziedzinie posiadają bieguny, ciecica i punkty rozgałęzienia. Algorytm podzielić można na trzy etapy, przy czym w zależności od żądanej dokładności ostatni etap może być pominięty.



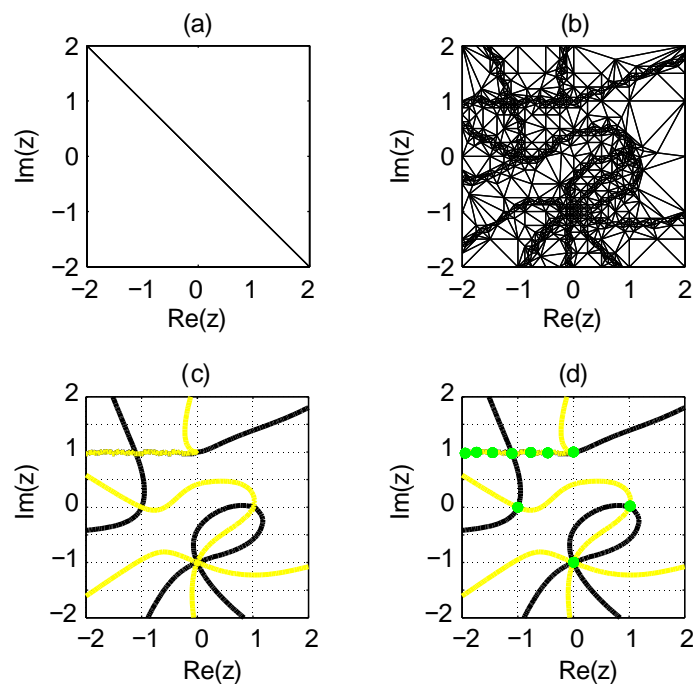
Rys. 7. Kolejne etapy tworzenia łańcucha czworokątów w oparciu o dyskretną uogólnioną zasadę CAP.

Pierwszy etap polega na wyznaczeniu tzw. „kandydatów” czyli punktów (obszarów) w których występować mogą miejsca zerowe. Przebieg tego etapu przedstawiony jest na rys. 8. Proces rozpoczyna się od wstępnej dyskretyzacji zadanego obszaru dziedziny  $\Omega$  (w którym poszukiwane są miejsca zerowe) opartej o triangulację Delaunaya - patrz rys. 8 (a). W kolejnym kroku, obliczane są wartości funkcji w węzłach siatki. Następnie, badane są znaki części rzeczywistej i urojonej na każdej z krawędzi siatki. Jeśli znak części rzeczywistej lub urojonej funkcji zmienia się wzdłuż krawędzi, to do siatki dodawany jest punkt środkowy tej krawędzi. Następnie, doliczane są wartości funkcji w nowych węzłach siatki i ponownie analizowane są zmiany znaków wzdłuż wszystkich krawędzi, aż ich długość spadnie poniżej założonej dokładności  $\Delta r$ . W ten sposób, drogą kolejnych iteracji, powstaje samoadaptacyjna siatka przedstawiona na rys. 8 (b). Następnie, na każdym z trójkątów tworzących siatkę, aproksymowane są osobno części rzeczywista i urojona funkcji. Aproksymacja taka pozwala na konstrukcję dwóch krzywych (łamanych)  $K_R$  oraz  $K_I$ , reprezentujących odpowiednio zero części rzeczywistej i części urojonej funkcji – patrz rys. 8 (c). Punkty przecięcia się tych krzywych, czyli tzw. „kandydaci”, stanowić mają przybliżone lokalizacje miejsc zerowych – patrz rys. 8 (d). Niestety w zbiorze kandydatów znaleźć się mogą również bieguny, punkty rozgałęzienia lub cięcia pomiędzy płacami Riemanna. Z tego powodu niezbędny jest drugi etap algorytmu.

Drugi etap, czyli weryfikacja miejsc zerowych, oparty jest o zasadę CAP i umożliwia wyłonienia ze zbioru wszystkich kandydatów jedynie miejsc zerowych funkcji. W tym celu punkt – kandydat  $s_i$  otaczany jest konturem  $C: |z - s_i| = \Delta r$  i obliczana jest całka (1). Wymaga to obliczenia wartości funkcji w kolejnych (dodatkowych) punktach, jednak pozwala na ustalenie charakteru kandydata (czy jest to miejsce zerowe, biegun czy cięcie).

W ostatnim etapie następuje poprawa dokładności lokalizacji zweryfikowanych miejsc zerowych. Teoretycznie zastosowany może być tutaj dowolny algorytm lokalny, taki jak metoda Newtona czy

Mullera. Jednakże, ze względu na ogólny charakter rozważanych funkcji (zawierających także bieguny i cięcia) lepsze efekty daje użycie zaproponowanego w pracy [2] algorytmu wymiernego. Zbieżność zaproponowanej metody jest identyczna jak w przypadku innych technik trójpunktowych (np. Mullera), jednak błąd asymptotyczny może być mniejszy. Ostatni etap może być pominięty, jeżeli dokładność  $\Delta r$  przyjęta w etapie pierwszym jest wystarczająca dla użytkownika.

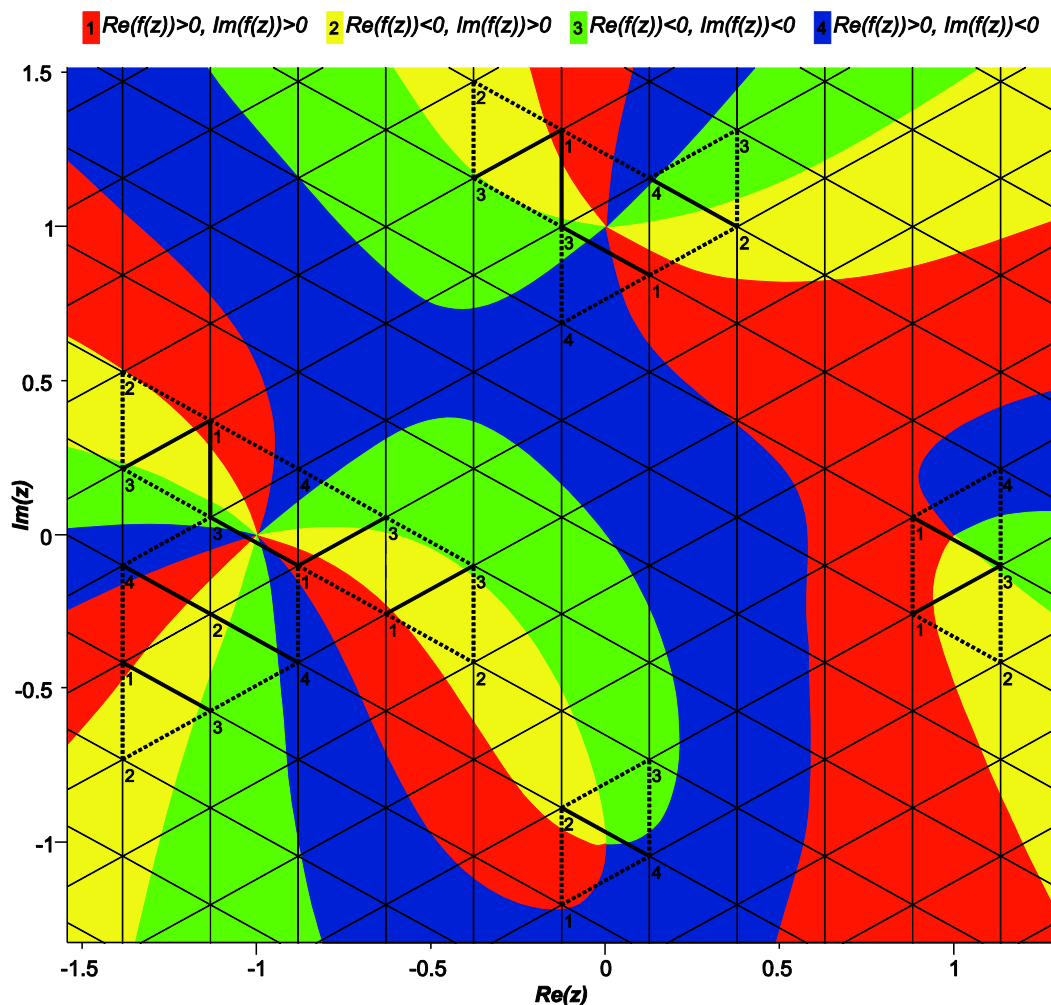


Rys. 8. Poszczególne rezultaty czterech głównych kroków pierwszego etapu globalnego algorytmu poszukiwania miejsc zerowych [2], otrzymane dla przykładowej funkcji  $F(z) = (z - i)^{\frac{1}{2}}(z + 1)(z + i)^2(z - 1)^{-1}$ ; (a) siatka inicjująca (4 punkty, iteracja nr 1); (b) siatka samoadaptacyjna (966 punktów, iteracja nr 15); (c) konstrukcja krzywych  $K_R$  (kolor czarny) oraz  $K_I$  (kolor żółty); (d) wyznaczenie kandydatów (zielone okręgi).

Istotną poprawę skuteczności i efektywności globalnego szukania miejsc zerowych (a także biegunów) uzyskać można stosując algorytm zaproponowany w pracy [6]. Technika ta również opiera się o samoadaptacyjną siatkę (i triangulację Delaunaya), jednakże nie wymaga ona aproksymacji funkcji w rozważanej dziedzinie, ani wyznaczania krzywych  $K_R$  i  $K_I$ , co pozwala znacząco zredukować liczbę węzłów siatki w stosunku do algorytmu [2]. Ponadto, weryfikacja lokalizacji miejsc zerowych jest wykonywana w oparciu o zasadę CAP bezpośrednio na węzłach siatki (bez obliczania wartości funkcji w dodatkowych punktach), zaś poprawa dokładności lokalizacji miejsc zerowych jest znacznie bardziej efektywna. Algorytm [6] posiada dwa główne etapy: pierwszy - siatkowanie wstępne oraz drugi - lokalne samoadaptacyjne zagęszczenie siatki w celu poprawy dokładności lokalizacji miejsc zerowych (biegunów).

W pierwszym etapie algorytmu [6] wykonywana jest wstępna dyskretyzacja zadanego obszaru dziedziny  $\Omega$  – patrz rys. 9. W kolejnym kroku, obliczane są wartości funkcji w węzłach siatki, a każdemu z węzłów przypisany jest numer ćwiartki, w której zlokalizowany jest argument funkcji. Następnie, badane są zmiany argumentu funkcji wzdłuż każdej z krawędzi siatki. Zmiana argumentu funkcji wzdłuż pojedynczej krawędzi o dwie ćwiartki sugerują bliskie sąsiedztwo miejsca zerowego (także biegunu lub

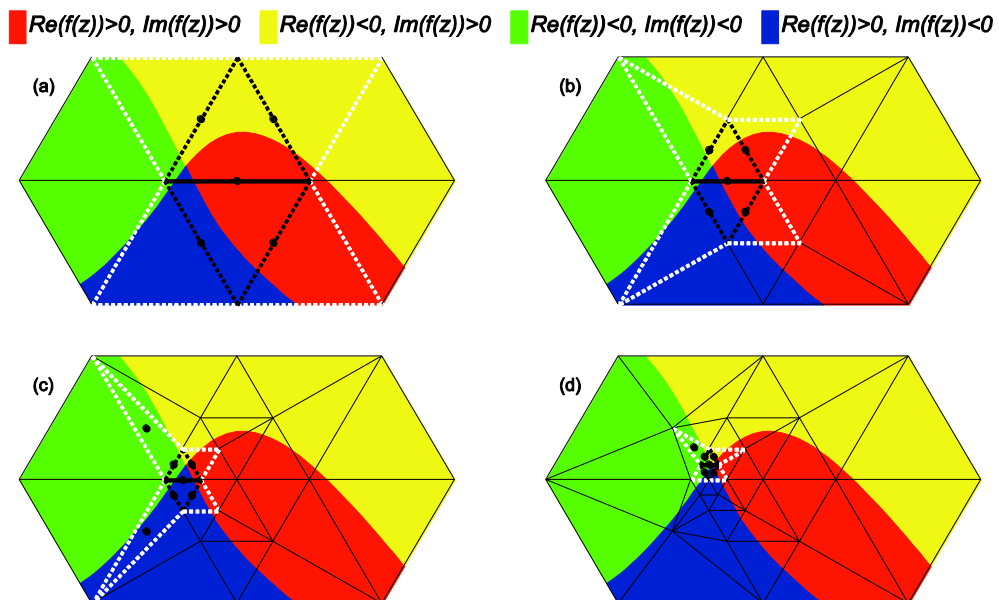
cięcia). Krawędzie spełniające to kryterium nazywane są „kandydatami” i oznaczone są na rys. 9 pogrubioną linią. Trójkąty styczne do kandydatów wyznaczają obszary (linie przerywane na rys. 9), w których zlokalizowane są miejsca zerowe, bieguny lub cięcia. W celu dokładnego określenia typu obszaru zastosowano dyskretną zasadę CAP, wykorzystującą węzły graniczne analizowanego obszaru. W zależności od rzędu miejsca zerowego (lub bieguna) obszary te mogą składać się z mniejszej lub większej liczby trójkątów. Jednakże, zastosowanie samoadaptacyjnego lokalnego zagęszczania siatki pozwala ograniczyć ten obszar do dowolnie małej powierzchni.



Rys. 9. Przykładowy przebieg procesu globalnego szukania miejsc zerowych dla prostej funkcji wymiernej  $F(z) = (z - 1)(z - i)^2(z + 1)^3(z + i)^{-1}$ . Linie pogrubione reprezentują kandydatów, zaś linia przerywana oznacza granicę obszarów wymagających weryfikacji zasadą CAP.

Na rys. 10 przedstawiono schemat drugiego etapu algorytmu [6], czyli kolejne kroki procesu zagęszczania siatki. W pierwszym kroku, na środku wszystkich krawędzi wewnątrz i na granicy wyznaczonych obszarów (czarne linie przerywane na rys. 10), dodawane są nowe węzły siatki, w których obliczana jest wartość funkcji. Następnie, badana jest zmiana argumentu funkcji wzdłuż nowych krawędzi (tak jak w etapie wstępnym). Niestety, w kolejnych krokach może to prowadzić do powstawania źle uwarunkowanej siatki (tzw. „skinny elements”). Problem rozwiązuje powiększenie obszaru lokalnego zagęszczenia siatki o drugą strefę – biała linia przerywana na rys. 10. Jeśli trójkąty

wewnątrz drugiej strefy są źle uwarunkowane, to także w ich środkach dodawane są nowe węzły siatki. Zabieg taki powoduje, że proces staje się stabilny, a uwarunkowanie siatki jest poprawne. Zatem, proces ten może być powtarzany dowolną liczbę razy, a otrzymana dokładność ograniczona jest jedynie precyzją maszyny.



Rys. 10. Przebieg procesu lokalnego zagęszczania siatki. Biała linia przerywana oznacza granicę drugiej strefy, zaś czarne kropki reprezentują nowe węzły siatki – dodawane w kolejnych krokach iteracji.

Warto tu zaznaczyć, że etap drugi (dotyczący poprawy dokładności) mógłby być zastąpiony jednym z klasycznych lokalnych algorytmów (np. metodą Mullera czy algorytmem wymiernym [2]), jednakże techniki lokalne nie dają kontroli nad procesem zbieżności. Jeśli wstępnie określona lokalizacja miejsca zerowego nie jest wystarczająco precyzyjna (co także nie jest łatwe do oszacowania), to algorytm lokalny może się nie zbiegać lub zbiegać się do innego miejsca zerowego, nawet poza wyznaczonym obszarem. Problem ten staje się szczególnie istotny w przypadku bliskiego sąsiedztwa miejsc zerowych, biegunów lub cięć. Metoda zaproponowana w pracy [6] ma zupełnie inny charakter i jest w takich przypadkach znacznie bardziej efektywna, mimo że jej zbieżność jest nieco wolniejsza od standardowych algorytmów trójpunktowych (takich jak np. metoda Mullera).

Ostatecznie, algorytm zaprezentowany w pracy [6] jest kilkukrotnie szybszy od wersji przedstawionej w publikacji [2]. Niestety, w obu algorytmach trudno jest oszacować gęstość siatki wstępnej a priori, tak aby pozwoliła ona na wyznaczenie wszystkich miejsc zerowych w zadanym obszarze. Skuteczność procesu określić można dopiero po jego zakończeniu (w oparciu o zasadę CAP wyższych rzędów [31] dla całego obszaru) i ewentualnie powtórzyć procedurę z gęstszą siatką wstępną. Testy numeryczne potwierdzają, że także skuteczność nowej metody [6], przy rzadkiej siatce wstępnej, jest znacznie wyższa od algorytmu [2].

*Wkład habilitanta w omawiane w tym punkcie rozwiązanie polegał na:*

- *opracowaniu i implementacji algorytmu globalnego szukania miejsc zerowych opartego o liniową aproksymację funkcji [2],*

- *opracowaniu i implementacji algorytmu globalnego szukania miejsc zerowych opartego o dyskretną zasadę CAP [6].*

### **III. Opracowanie techniki eliminacji cięć pomiędzy płatami Riemanna (dla funkcji wieloznacznych)**

Kolejnym poważnym utrudnieniem w procesie poszukiwania miejsc zerowych jest wieloznaczność funkcji zespolonych (często występujących w zagadnieniach elektrodynamicznych). Obecność cięć i punktów rozgałęzienia na płaszczyźnie zespolonej wyklucza stosowalność większości standardowych algorytmów. Prezentowane w dwóch poprzednich punktach techniki pozwalają na badanie takich funkcji jednak cięcia pomiędzy płatami Riemanna bardzo poważnie obniżają ich efektywność (zwłaszcza gdy miejsca zerowe zlokalizowane są w bezpośrednim otoczeniu cięcia).

W pracy [3] zaproponowano prostą i uniwersalną metodę eliminacji cięć i punktów rozgałęzienia w procesie poszukiwania miejsc zerowych dla funkcji o skończonej liczbie płatów Riemanna. Idea zaproponowana w pracy jest bardzo prosta i polega na stworzeniu nowej (jednoznacznej) funkcji stanowiącej iloczyn wszystkich płatów Riemanna funkcji badanej. Miejsca zerowe tak powstałej funkcji są identyczne jak funkcji oryginalnej, jednak do jej analizy użyć można znacznie szerszej klasy algorytmów, a sam proces szukania/śledzenia jest znacznie bardziej efektywny.

Na rys. 11 przedstawiony jest przykład funkcji posiadającej dwa płaty:  $S_1$  oraz  $S_2$ . Iloczyn tych płatów tworzy nową funkcję jednoznaną – patrz rys. 12.

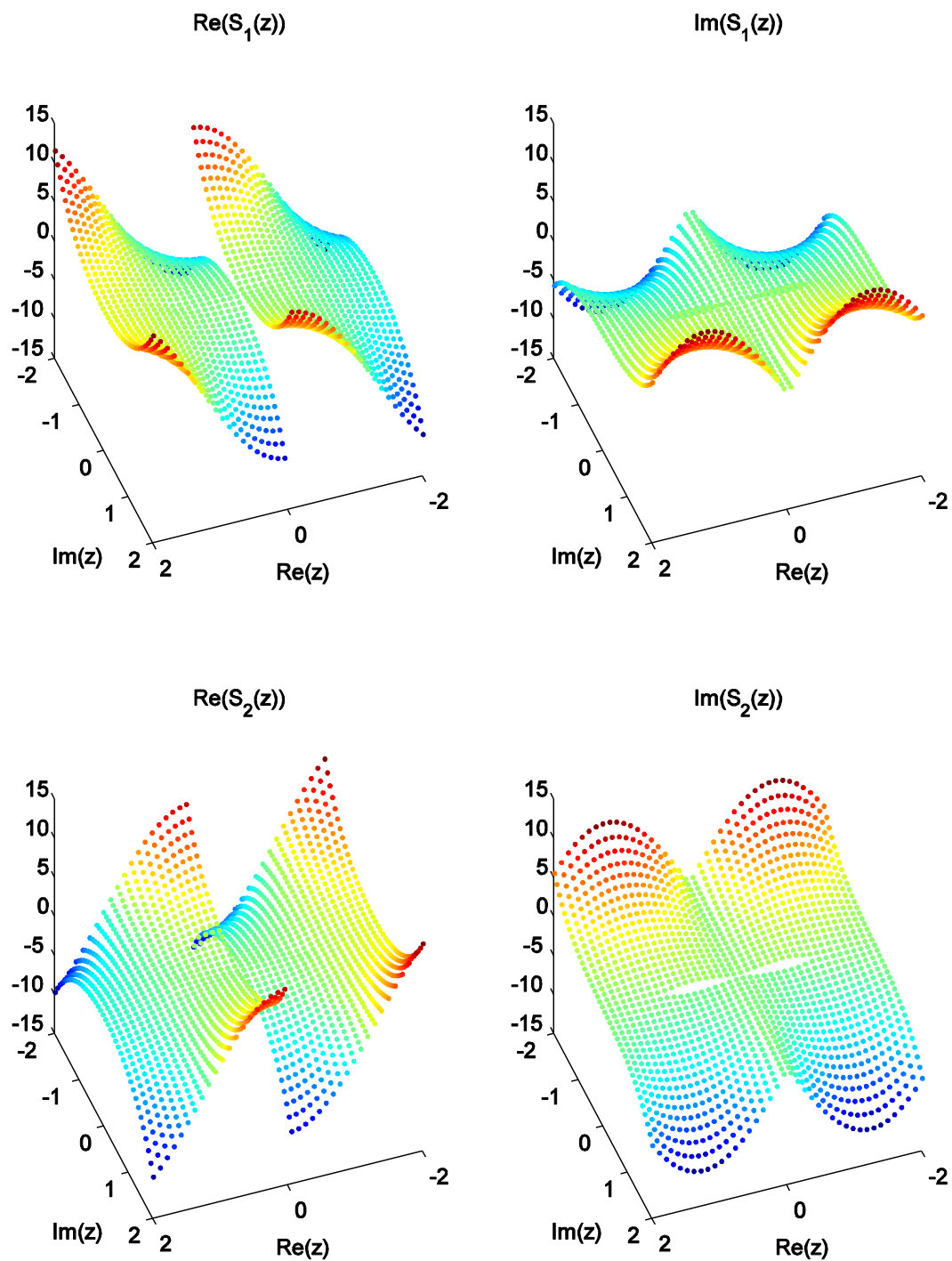
Jak zaznaczono wcześniej, zaprezentowane podejście w istotnym stopniu poprawia efektywność procesu szukania i śledzenia miejsc zerowych. Na rys. 13 porównane są rezultaty globalnego algorytmu szukania miejsc zerowych [2] otrzymane dla dwóch płatów oryginalnej funkcji wieloznacznej oraz rezultaty analizy funkcji stanowiącej ich iloczyn. W pierwszym przypadku cięcia pomiędzy płatami generują ogromną liczbę kandydatów. Trzeba tu podkreślić, że weryfikacja miejsca zerowego funkcji wieloznacznej przy pomocy zasady CAP wymaga całkowania po wszystkich płatach, a więc otrzymane wyniki muszą być analizowane łącznie. Zatem bezpośrednia analiza oryginalnej funkcji charakteryzować się będzie znacząco większą złożonością obliczeniową.

Warto w tym miejscu zaznaczyć, że wzięcie iloczynu wszystkich płatów nie stanowi warunku koniecznego na ciągłość konstruowanej funkcji – jest to jedynie warunek wystarczający. W wielu przypadkach całkowitą eliminację cięć uzyskać można poprzez przemnożenie znacznie mniejszej liczby płatów Riemann (niż sugeruje to warunek wystarczający). Wynikać to może z symetrii układu, parzystości funkcji lub rozważanego obszaru dziedziny. Dla przykładu, w pracy [3] przedstawiono analizę światłowodu planarnego, dla którego równanie charakterystyczne posiada szesnaście płatów Riemanna, przy czym do uzyskania ciągłości (pełnej eliminacji cięć) wystarczy iloczyn jedynie dwóch płatów.

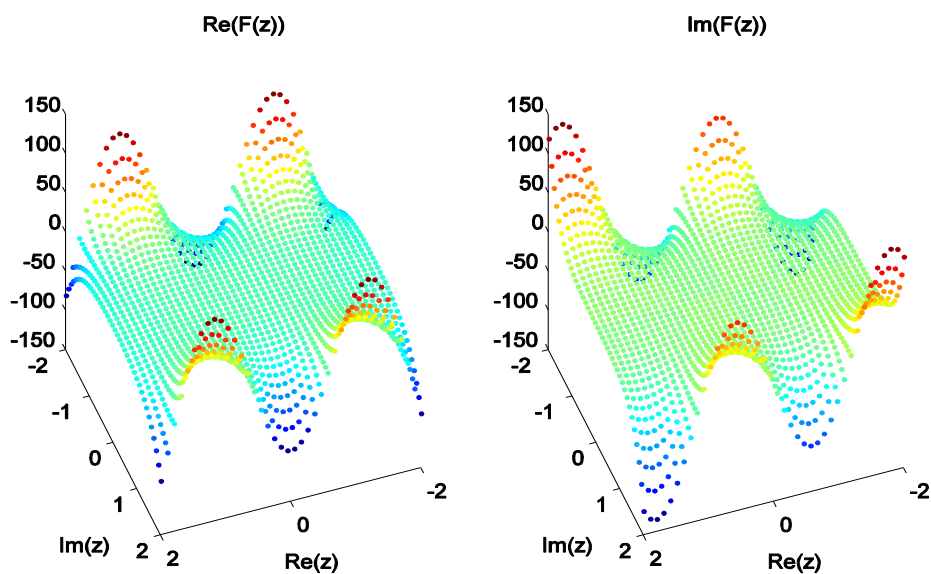
Ostatecznie dla zaprezentowanych w pracy [3] przykładów numerycznych uzyskano poprawę efektywności algorytmu globalnego pozwalającą na redukcję czasu analizy nawet o dwa rzędy wielkości.

*Wkład habilitanta w omawiane w tym punkcie rozwiązanie polegał na opracowaniu techniki eliminacji cięć pomiędzy płatami Riemanna dla funkcji wieloznacznych i implementacji jej w algorytmach szukających i śledzących miejsca zerowe [3].*

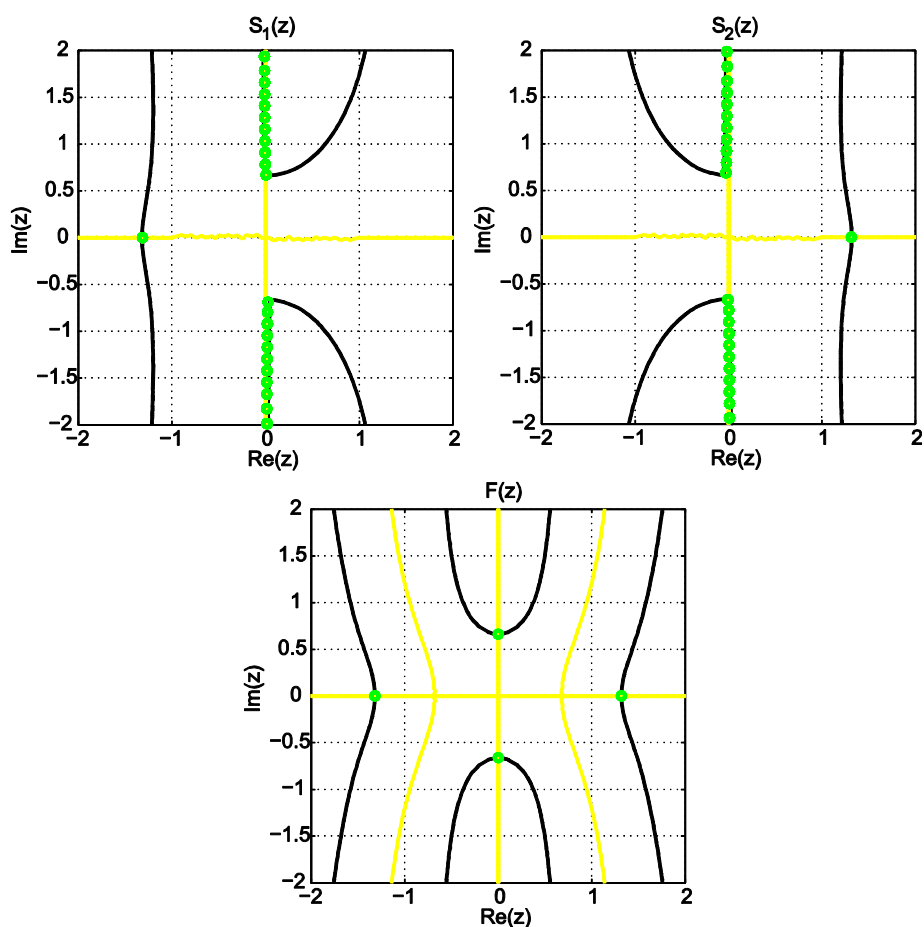




Rys. 11. Dwa płaty Riemanna przykładowej funkcji  $F(z) = 1 + z \sin(\sqrt{z^2 - 1})$  – wyraźnie widoczne są ciecia oraz punkty rozgałęzienia.



Rys. 12. Nowa funkcja  $F_T(z) = S_1(z) S_2(z)$ , stanowiąca iloczyn dwóch płatów Riemanna przykładowej funkcji  $F(z) = 1 + z \sin(\sqrt{z^2 - 1})$ , nie posiada cięć.



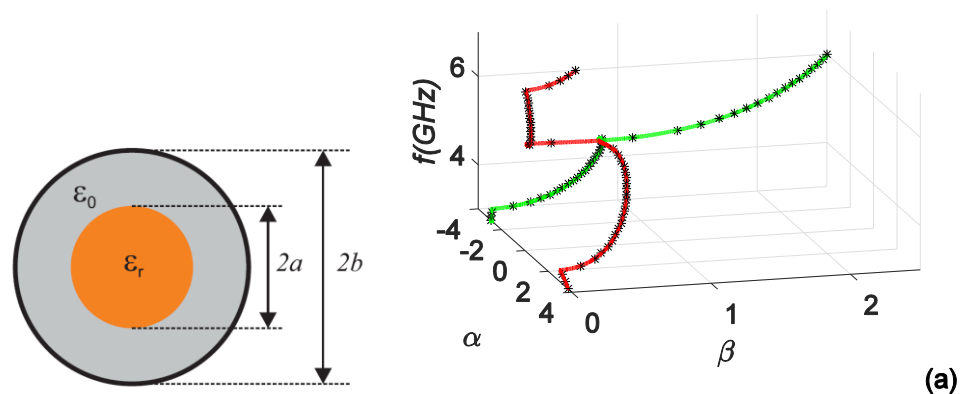
Rys. 13. Porównanie rezultatów globalnego algorytmu szukania miejsc zerowych [2] dla dwóch płatów funkcji  $F(z) = 1 + z \sin(\sqrt{z^2 - 1})$  oraz funkcji stanowiącej iloczyn płatów  $F_T(z) = S_1(z) S_2(z)$ .



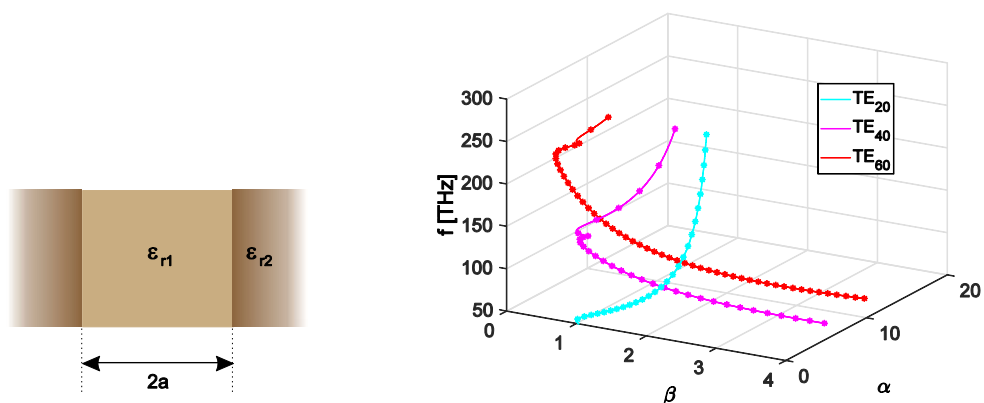
#### IV. Poprawa efektywności i rozszerzenie zakresu stosowalności metod wykorzystywanych w elektrodynamice obliczeniowej

Sprężenie zaproponowanych algorytmów szukania i śledzenia miejsc zerowych pozwoliło na skuteczną i efektywną analizę zagadnień elektrodynamicznych.

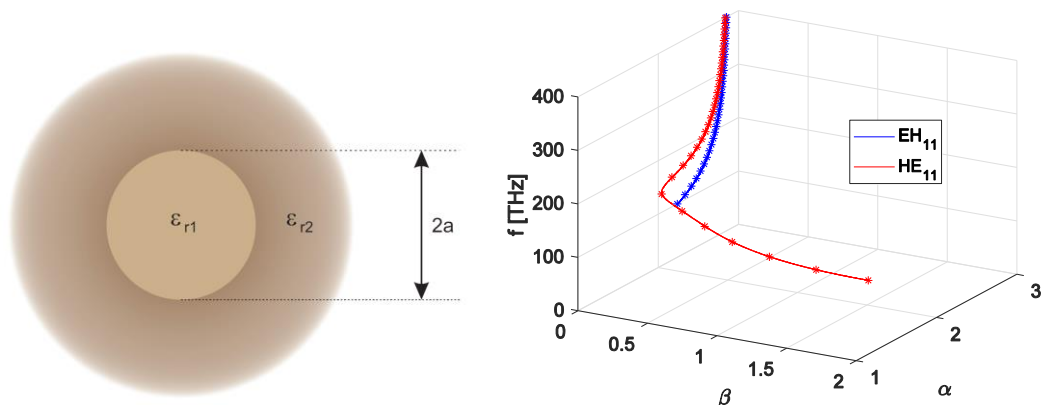
Na rys. 14 przedstawione są przykładowe charakterystyki dyspersyjne częściowo wypełnionego falowodu cylindrycznego, uzyskane w wyniku zastosowania algorytmu śledzącego [1,4] do równania charakterystycznego, otrzymanego z metody dopasowania rodzajów. Pomimo założenia bezstratności materiałów, z których wykonana jest struktura, współczynnik propagacji jest zespolony (tzw. rodzaje zespolone). Skuteczność i efektywność zaproponowanych algorytmów szukania i śledzenia miejsc zerowych w połączeniu z metodą dopasowania rodzajów potwierdzono także dla różnego typu struktur otwartych [3,9,11,13]. Na rys. 15 i 16 zamieszczone są wyniki otrzymane odpowiednio dla światłowodu planarnego oraz światłowodu cylindrycznego o profilu skokowym [13].



Rys. 14. Charakterystyki dyspersyjne dwóch pierwszych rodzajów zespolonych  $EH_{11}$  oraz  $HE_{11}$  występujących w częściowo wypełnionym falowodzie cylindrycznym (linia ciągła – algorytm śledzący [4], gwiazdki – algorytm globalny [1]);  $b = 10\mu m$ ,  $a = 6.35\mu m$ ,  $\epsilon_r = 10$ .

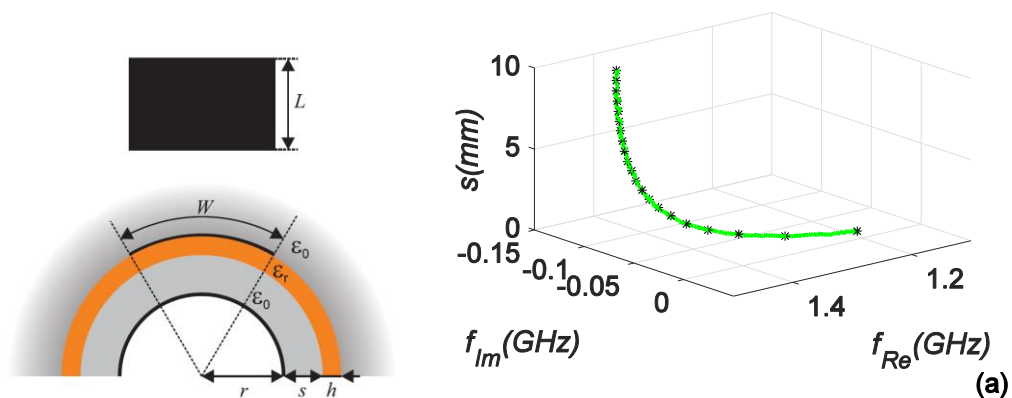


Rys. 15. Charakterystyki dyspersyjne rodzajów  $TE_{m0}$  światłowodu planarnego;  $2a = 1\mu m$ ,  $\epsilon_{r1} = 9$ ,  $\epsilon_{r2} = 1$ .



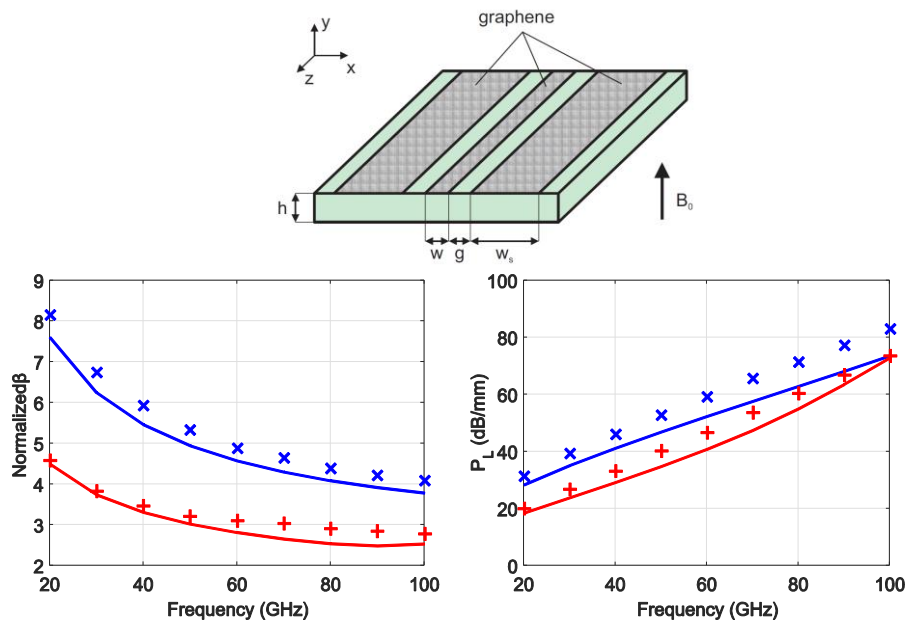
Rys. 16. Charakterystyki dyspersyjne rodzajów hybrydowych światłowodu cylindrycznego o profilu skokowym;  $2a = 1\mu m$ ,  $\epsilon_{r1} = 8.41$ ,  $\epsilon_{r2} = 2.4025$ .

Analiza oparta o metodę dopasowania pól jest stosunkowo prosta i nawet w przypadku ośrodków wielowarstwowych złożoność obliczeniowa otrzymanych równań charakterystycznych nie musi być duża. W przypadku badania struktur mikropaskowych czy koplanarnych skorzystać można z metody spektralnej, której ostatni etap polega na znalezieniu miejsc zerowych określonego wyznacznika. Elementy wyznacznika są wynikiem odpowiednich całkowań zawierających funkcje Greena, zatem obliczanie ich wartości może być znacznie bardziej czasochłonne. W takich przypadkach efektywność algorytmu szukania/śledzenia gra szczególną rolę. Na rys. 17 przedstawiono wyniki analizy częstotliwości rezonansowej promiennika mikropaskowego metodą spektralną, z wykorzystaniem algorytmu śledzenia [4] (w funkcji grubości podłoża).



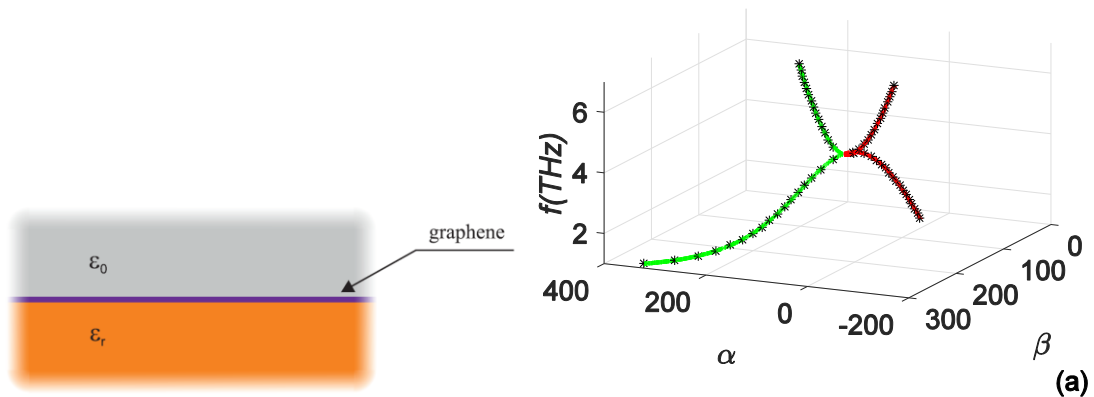
Rys. 17. Częstotliwości rezonansowe promiennika mikroapaskowego umieszczonego na powierzchni zakrzywionej w funkcji grubości podłoża [4],  $\epsilon_r = 2.32$ ,  $r = 200\text{ mm}$ ,  $L = 80\text{ mm}$ ,  $W = 168\text{ mm}$ ,  $h = 2.4\text{ mm}$ .

Metodę spektralną wykorzystano także w analizie struktur koplanarnych zawierających ferryty [8] i paski grafenowe [12]. W tych przypadkach algorytmy szukania i śledzenia miejsc zerowych wykorzystano w celu określenia stratności linii – patrz rys. 18.



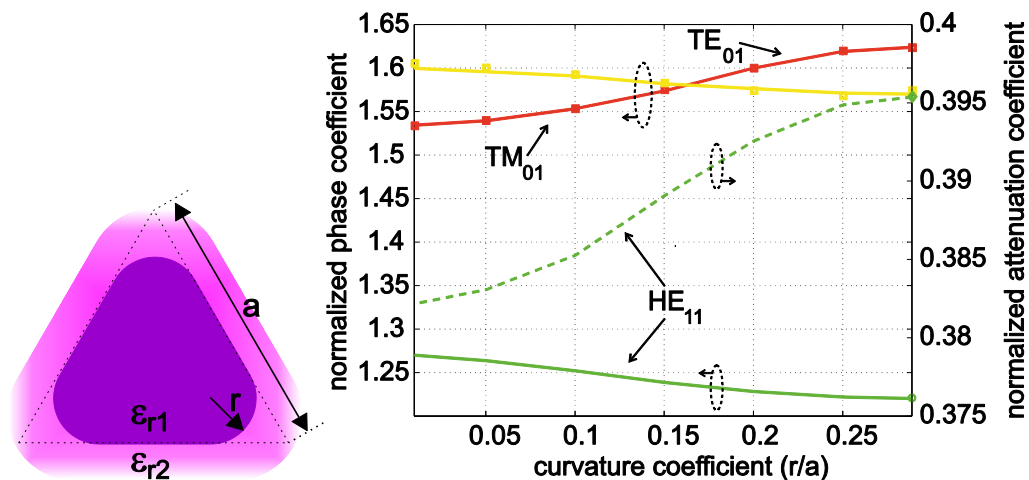
Rys. 18. Charakterystyki dyspersyjne koplanarnej przewodnicy grafenowej [12] (rodzaj parzysty – niebieski, rodzaj nieparzysty – czerwony);  $B_0 = 3 T$ ,  $\epsilon_r = 3$ ,  $\tan \delta = 0.0013$ ,  $h = 1.27 \text{ mm}$ ,  $w/h = 0.8$ ,  $w_s = 25 \text{ mm}$ ,  $R_s = 300 \Omega/\text{sq}$ .

Omawiane w powyższych punktach algorytmy zastosowano także do analizy przewodnic zawierających warstwy grafenowe, opartej o modele obwodowe [4]. Otrzymane charakterystyki przedstawione są na rys. 19.



Rys. 19. Charakterystyki dyspersyjne grafenowej linii transmisyjnej (rodzaje TM) [4],  $\epsilon_r = 11.9$ .

Wysoka efektywność opracowanych algorytmów, przyczyniła się także do opracowania quasi-analitycznej techniki analizy modalnej przewodnic otwartych o dowolnym przekroju poprzecznym [5]. Technika ta oparta jest o metodę dopasowania pól, która wykorzystywana była także w hybrydowych metodach dyskretnych [15]. Na rys. 20 przedstawiono charakterystyki dyspersyjne wybranych rodzajów dla włókna światłowodowego o przekroju trójkątnym uzyskane metodą dopasowania pól.



Rys. 20. Charakterystyki dyspersyjne trzech pierwszych rodzajów włókna światłowodowego o przekroju trójkątnym [5],  $\epsilon_{r1} = 8.41$ ,  $\epsilon_{r2} = 2.4025$ .

Podsumowując, przedstawione wcześniej algorytmy szukania i śledzenia miejsc zerowych zastosowano w analizie wielu różnych rodzajów struktur, a otrzymane wyniki wykorzystane zostały w trzech projektach badawczych:

- „EDISOn - Electromagnetic Design of flexible SensOrs” (TEAM TECH/2016-1/6),
- "Badanie zjawisk polowych występujących przy rozpraszaniu fali elektromagnetycznej w nowych materiałach i ich zastosowanie w technice mikrofalowej i fal milimetrowych" (NCN Opus 2013/11/B/ST7/04309),
- "Badania anten konforemnych przy wykorzystaniu hybrydowych metod analizy" (NCN Sonata UMO-2011/01/D/ST7/06639).

*Wkład habilitanta w omawiane w tym punkcie rozwiązania polegał na:*

- *adaptacji opracowanych algorytmów szukania i śledzenia do analizy zagadnień elektrodynamicznych (metoda dopasowania rodzajów, metoda dopasowania pól, modele obwodowe, metoda spektralna, techniki hybrydowe) [1-13],*
- *współdział w opracowaniu techniki modalnej analizy cylindrycznych przewodnic otwartych o dowolnym przekroju poprzecznym [5].*

## 5. Omówienie pozostałych osiągnięć naukowo - badawczych (artystycznych).

W ramach zatrudnienia na Politechnice Gdańskiej (w latach 2002-2018) habilitant prowadził zajęcia dydaktyczne oraz prace badawcze również w ramach czterech innych projektów naukowych:

- „Rozwój metod redukcji rzędu modelu dla wieloskalowych problemów elektrodynamiki i fotoniki obliczeniowej” (N 515 540738) (wykonawca),
- „Radiowe/mikrofalowe podsystemy komunikacyjne dla nowo powstających technologii bezprzewodowych” (618/N-COST/09/2010/0) (wykonawca),
- „Modelowanie kryształów i światłowodów fotonicznych z wykorzystaniem makromodeli i specjalizowanego szybkiego mini-klastra ze sprzętowymi akceleratorami obliczeniowymi” (3 T11F 037 30) (wykonawca),

- "Macromodels for multiscale computational electromagnetics on Yee's grids" (N62558 06 P 0103) (wykonawca).

Prowadzony zakres badań dotyczył analizy zjawisk prowadzenia i rozpraszania fal elektromagnetycznych w otwartych oraz zamkniętych układach mikrofalowych i optycznych. W ramach wykonanych prac habilitant opracował techniki obliczeniowe oparte na metodach analitycznych (metoda dopasowania rodzajów i metoda momentów) oraz hybrydowych (stanowiących połączenie metody różnic skończonych i elementów skończonych z metodą dopasowania rodzajów). Opracowane modele pozwoliły, między innymi, na sformułowanie nowego typu warunków radiacyjnych, stosowanych do analizy struktur otwartych. Ponadto pozwoliły one na znaczącą poprawę efektywności analizy, w stosunku do rozwiązań komercyjnych (np. poprzez zastosowanie techniki redukcji rzędu modelu).

Łączny dorobek habilitanta obejmuje 14 publikacji w czasopismach indeksowanych w bazie ISI JCR, 25 referatów konferencyjnych, 1 rozdział w „Encyclopedia of RF and Microwave Engineering” (Wiley, 2005), 1 wzór użytkowy oraz dwie książki w formie skryptów dla studentów.

## Literatura

- [14]P. Kowalczyk, M. Wiktor, M. Mrozowski, „Efficient finite difference analysis of microstructured optical fibers”, *Optics Express*, Vol. 13, No. 25, 2005
- [15]P. Kowalczyk, M. Mrozowski, „A new conformal radiation boundary condition for high accuracy finite difference analysis of open waveguides”, *Optics Express*, Vol. 15, No. 20, 2007
- [16]F. B. Jensen, W. A. Kuperman, M. B. Porter, H. Schmidt, „Computational Ocean Acoustics”, Second Edition, Springer, New York 2011
- [17]E. P. Popov, „The Dynamics of Automatic Control Systems”, Pergamon Press, Oxford 1962
- [18]F. M. Fernandez, „Introduction to Perturbation Theory in Quantum Mechanics”, CRC Press, Boca Raton 2001
- [19]M. Abramowitz, I. A. Stegun, „Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables”, New York 1972
- [20]W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, „Numerical Recipes in Fortran 77: The Art of Scientific Computing”, Cambridge University Press, Cambridge 1992
- [21]G. B. Dantzig, „Linear Programming and Extensions”, Princeton University Press, Princeton 1963
- [22]J. R. Pinkert, „An Exact Method for Finding the Roots of a Complex Polynomial”, *ACM Transactions on Mathematical Software*, vol. 2, no. 4, 1976
- [23]A. Schonhage, „The fundamental theorem of algebra in terms of computational complexity”, Technical report, Mathematisches Institut der Universität Tübingen, 1982
- [24]L. Yunliang, J. Hongyan, „Rigorous Numerical Solution to Complex Transcendental Equations”, *International Journal of Infrared and Millimeter Waves*, vol. 19, no. 5, 1998
- [25]C. Wu, J. Li, G. Wei, J. Xu, „A Novel Method to Solve the Complex Transcendental Equation for the Permittivity Determination in Short-circuited Line”, In *PIERS Proceedings*, 2010
- [26]L. Wan, „A new method to find full complex roots of a complex dispersion equation for light propagation”, *ArXiv e-prints*, 2011
- [27]P. Y. Chen, Y. Sivan, „Robust location of optical fiber modes via the argument principle method”, *Computer Physics Communications*, vol. 214, 2017

- [28]M. K. A. Ariyaratne, T. G. I. Fernando, S. Weerakoon, "A self-tuning modified firefly algorithm to solve univariate nonlinear equations with complex roots", IEEE Congress on Evolutionary Computation, 2016
- [29]M. Mrozowski, "An efficient algorithm for finding zeroes of a real function of two variables," IEEE Trans. Microw. Theory Tech., vol. 36, no. 3, 1988
- [30]J. W. Brown, R. V. Churchill, "Complex Variables and Applications", McGraw-Hill 2009
- [31]P. Lamparillo, R. Sorrentino. "The ZEPLS program for solving characteristic equations of electromagnetic structures (Computer Program Descriptions)", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. 23, no. 5, 1975

Piotr Kowalewski