

Ćwiczenie 4

KLASYFIKATOR MINIMALNOODLEGŁOŚCIOWY

Zakres pracy

W ramach ćwiczenia należy do gotowego interfejsu, służącego do wprowadzania danych uczących w postaci zbiorów punktów w przestrzeni dwuwymiarowej, dodać możliwość wyznaczania obszarów decyzyjnych przy użyciu klasyfikatora minimalnoodległościowego jednomodalnego oraz wielomodalnego z różnymi metrykami.

Zakładamy, że podczas wprowadzania punktów kliknięcie prawym przyciskiem myszy będzie oznaczało rozpoczęcie zapisywania danych reprezentujących nowe skupisko obrazów z tej samej klasy (co spowoduje również konieczność wyznaczenia kolejnej mody).

Informacje pomocnicze

Reguła decyzyjna klasyfikatora minimalnoodległościowego jednomodalnego jest następująca:

$$x^*(\mathbf{y}) = x_i, \quad \text{jeżeli } D_i(\mathbf{y}) < D_j(\mathbf{y})$$

gdzie $D_i(\mathbf{y})$ jest odległością obrazu \mathbf{y} od mody i -tej klasy.

Dla klasyfikatora wielomodalnego reguła przyjmuje postać:

$$D_i(\mathbf{y}) = \min_{k=1, \dots, L_i} D_i^{(k)}(\mathbf{y})$$

gdzie $D_i^{(k)}(\mathbf{y})$ - odległość obrazu \mathbf{y} od k -tej mody klasy c_i .

Odległość obrazu \mathbf{y} od mody i -tej klasy \mathbf{R}_i , wyrażoną w metryce Euklidesa, definiuje następujący wzór

$$D_i(\mathbf{y}) = \sqrt{(\mathbf{y} - \mathbf{R}_i)^T (\mathbf{y} - \mathbf{R}_i)} = \sqrt{\sum_{l=1}^N (y_l - R_{il})^2}$$

gdzie N oznacza liczbę cech (w naszym przypadku $N = 2$).

Metryka modułowa:

$$DM_i(\mathbf{y}) = \sum_{l=1}^N |y_l - R_{il}|$$

Metryka Mahalanobisa:

$$DMh_i(\mathbf{y}) = \sqrt{(\mathbf{y} - \mathbf{R}_i)^T \Sigma_i^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{R}_i)}.$$

Symbol Σ_i oznacza macierz kowariancji i -tej klasy, określoną wzorem:

$$\Sigma_i = \frac{1}{m_i} \sum_{k=1}^{m_i} (\mathbf{y}[k] - \mathbf{R}_i)(\mathbf{y}[k] - \mathbf{R}_i)^T$$

gdzie m_i jest liczbą obrazów uczących (punktów) i -tej klasy.

Dla macierzy o rozmiarach 2×2 (przypadek rozpatrywany w ramach ćwiczenia) obowiązują następujące wzory:

- element c_{ij} należący do macierzy $\mathbf{C} = \mathbf{A} * \mathbf{B}$

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j}$$

- macierz odwrotna

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \begin{bmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{bmatrix}$$

$$\det(\mathbf{A}) = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$$