Powiększanie obrazu

zooming

dwukrotne powiększenie przy użyciu interpolatora zerowego rzędu

- przeplatamy wiersze i kolumny obrazu powiększanego wierszami i kolumnami zerowymi

$$M \cdot N \longmapsto (2M) \cdot (2N)$$

- przetwarzamy powiększony obraz za pomocą filtru liniowego o masce

$$\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{bmatrix}_{\boxed{1}} = \begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}_{\boxed{1}} * \begin{bmatrix}1 & 1\end{bmatrix}_{\boxed{1}}$$

dwukrotne powiększenie przy użyciu interpolatora pierwszego rzędu (liniowego)

- uzupełniamy obraz zerowymi wierszami i kolumnami

- stosujemy filtr liniowy o masce

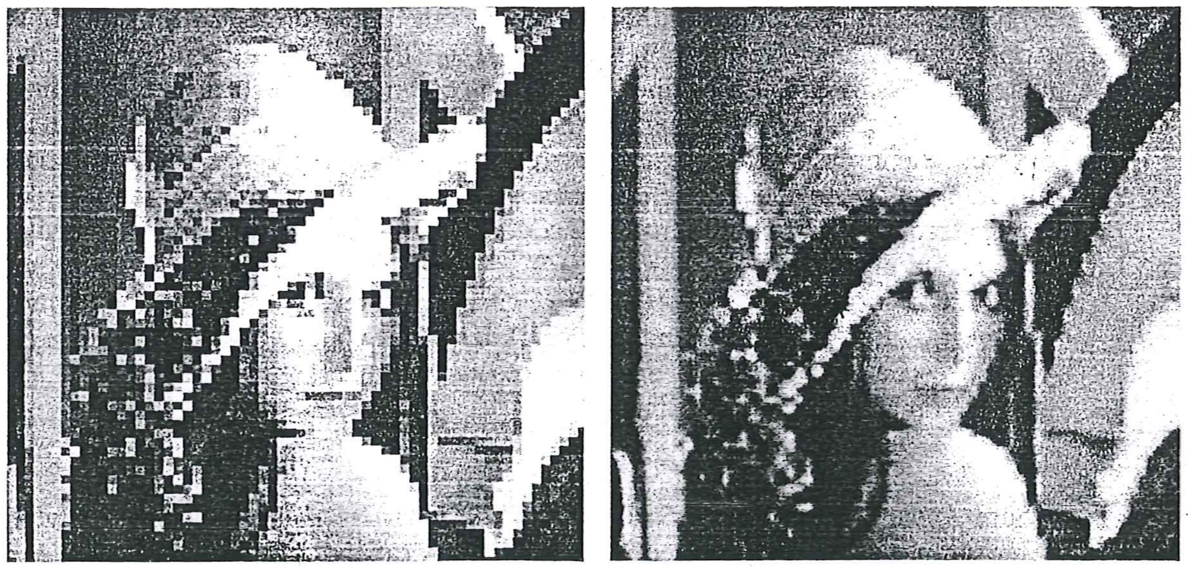
$$\begin{bmatrix}1 & 2 & 1\\ 2 & 4 & 2\\ 1 & 2 & 1\end{bmatrix}_{\boxed{4}} = \begin{bmatrix}1\\ 2\\ 1\end{bmatrix}_{\boxed{2}} * \begin{bmatrix}1 & 2 & 1\end{bmatrix}_{\boxed{2}}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Zero interlace}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 5 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Convolve } H} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 3 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 3 & 3 & 2 & 2 \\ 4 & 4 & 5 & 5 & 6 & 6 \\ 4 & 4 & 5 & 5 & 6 & 6 \end{bmatrix}$$

a)

$$\begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Zero interlace}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Interpolate rows}} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 & 3.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Interpolate columns}} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 & 3.5 \\ 2 & 3 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 0.5 \\ 1.5 & 1 & 0.5 & 0.25 \end{bmatrix}$$

b)



Porównanie dwóch metod interpolacji – zerowego rzędu (a) oraz pierwszego rzędu (b)

Interpolacja obrazu w dowolnie wybranych punktach

Z twierdzenia o próbkowaniu wynika, że

$$f(x,y) = \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} f(m\Delta x, n\Delta y) \cdot h(x - m\Delta x, y - n\Delta y)$$

gdzie

$$h(x,y) = \frac{\sin \frac{\pi x}{\Delta x}}{\frac{\pi x}{\Delta x}} \cdot \frac{\sin \frac{\pi y}{\Delta y}}{\frac{\pi y}{\Delta y}}$$

W praktyce zastępuje się filtr $h(x,y)$ filtrem dolnopasmowym typu FIR

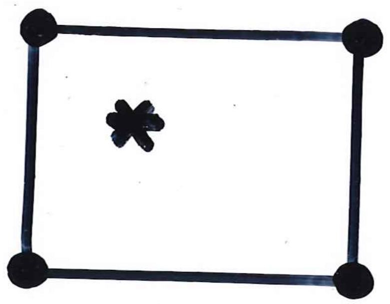
metoda interpolacji biliniowej

bilinear interpolation

metoda wykorzystuje cztery piksele położone najbliżej punktu (x, y):

$$m\Delta x \leq x \leq (m+1)\Delta x$$
$$n\Delta y \leq y \leq (n+1)\Delta y$$

$$\hat{f}(x, y) =$$
$$= (1-\delta_x)(1-\delta_y) f(m, n)$$
$$+ (1-\delta_x)\delta_y f(m, n+1)$$
$$+ \delta_x (1-\delta_y) f(m+1, n)$$
$$+ \delta_x \delta_y f(m+1, n+1)$$



gdzie

$$\delta_x = \frac{x}{\Delta x} - m$$

$$\delta_y = \frac{y}{\Delta y} - n$$

metoda interpolacji wielomianowej

wybieramy lokalny obszar tzw. pikseli podpierających Ω_{xy}. Jasność w punkcie (x, y) aproksymujemy za pomocą wyrażenia

$$f(x, y) \cong \sum_{i=1}^{k} a_i \varphi_i(x, y)$$

gdzie

$$\varphi_1(x, y) = 1, \quad \varphi_2(x, y) = x$$
$$\varphi_3(x, y) = y, \quad \varphi_4(x, y) = x^2$$

$\varphi_5(x,y) = y^2$, $\varphi_6(x,y) = xy$ itp.

Stosując metodę najmniejszych kwadratów wyznaczamy oszacowania współczynników a_i, $i = 1, \dots, k$

$$\sum_{m,n \in \Omega_{xy}} \left[f(x,y) - \sum_{i=1}^{k} \hat{a}_i \varphi_i(x,y) \right]^2 \xrightarrow[\substack{x = m\Delta x \\ y = n\Delta y}]{} \min$$

Wyznaczamy ocenę jasności

$$\hat{f}(x,y) = \sum_{i=1}^{k} \hat{a}_i \varphi_i(x,y)$$

Zalety interpolacji wielomianowej:

- funkcja $\hat{f}(x,y)$ jest gładka
- jeżeli obszar Ω_{xy} obejmuje więcej niż k pikseli można osiągnąć pewną redukcję szumu
- łatwo jest wyznaczyć pochodne $\frac{\partial \hat{f}(x,y)}{\partial x}$ i $\frac{\partial \hat{f}(x,y)}{\partial y}$

wykorzystywane w algorytmach wykrywania krawędzi

Techniki drukarskie

Jak wydrukować obraz o wielu poziomach szarości?

binaryzacja

$f(m,n) \in \{0,1,\dots,L-1\}$
$g(m,n) \in \{0,1\}$

$$f(m,n) \xrightarrow{?} g(m,n)$$

$$g(m,n) = \begin{cases} 1 & f(m,n) \geq f_0 \\ 0 & f(m,n) < f_0 \end{cases}$$

gdzie f_0 jest odpowiednio wybranym progiem

adaptacyjny dobór progu

$$f_0(m,n)$$

- tworzymy lokalny histogram obrazu (tj. histogram dla obszaru $\Omega_{m,n}$ o środku w punkcie (m,n)); wybieramy próg $f_0(m,n)$ tak aby 5% - 50% pikseli miało jasność większą od f_0

lub

- korzystamy z zależności

$$f_0(m,n) = \frac{1}{2}\left[\max_{\Omega_{m,n}}\{f(m,n)\} + \min_{\Omega_{m,n}}\{f(m,n)\}\right]$$

mikrowzory

efekt modulacji jasności uzyskuje się poprzez zastosowanie tzw. fontów binarnych (greyscale binary fonts) czyli mikrowzorów

$$\underset{F_0}{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}} \quad \underset{F_1}{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}} \quad \underset{F_2}{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}} \quad \underset{F_3}{\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}} \quad \underset{F_4}{\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}}$$

Przypuśćmy, że chcemy przekształcić obraz o L (np. 256) stopniach szarości w obraz półtonowany o K (subiektywnie postrzeganych) poziomach szarości (zazwyczaj $K \ll L$)

Załóżmy (dla uproszczenia) że $K = k^2 + 1$

Każdemu pikselowi w obrazie oryginalnym odpowiada w obrazie półtonowanym matryca pikseli (mikrowzór) F o wymiarach $k \cdot k$

$F =$

F_i

gdy $i\left[\frac{L}{K}\right] \leq f(m,n) \leq (i+1)\left[\frac{L}{K}\right]$

$i = 0, \ldots, K-2$

F_{K-1}

gdy $(K-1)\left[\frac{L}{K}\right] \leq f(m,n) < L$

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Wada

W obszarach o stałej jasności powstają „fałszywe" linie i kontury

technika roztrząsania

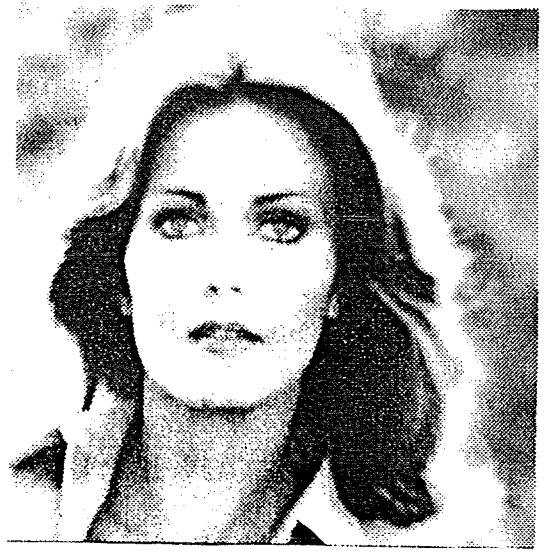
przed binaryzacją do oryginalnego obrazu dodawany jest szum pseudolosowy
dithering

podobny efekt uzyskuje się dokonując binaryzacji oryginału z progiem wybieranym w sposób przypadkowy
pseudo-random thresholding

$$H_1 = \begin{bmatrix} 40 & 60 & 150 & 90 & 10 \\ 80 & 170 & 240 & 200 & 110 \\ 140 & 210 & 250 & 220 & 130 \\ 120 & 190 & 230 & 180 & 70 \\ 20 & 100 & 160 & 50 & 30 \end{bmatrix}$$

$$H_2 = \left[\begin{array}{cccc:cccc} 52 & 44 & 36 & 124 & 132 & 140 & 148 & 156 \\ 60 & 4 & 28 & 116 & 200 & 228 & 236 & 164 \\ 68 & 12 & 20 & 108 & 212 & 252 & 244 & 172 \\ 76 & 84 & 92 & 100 & 204 & 196 & 188 & 180 \\ \hdashline 132 & 140 & 148 & 156 & 52 & 44 & 36 & 124 \\ 200 & 228 & 236 & 164 & 60 & 4 & 28 & 116 \\ 212 & 252 & 244 & 172 & 68 & 12 & 20 & 108 \\ 204 & 196 & 188 & 180 & 76 & 84 & 92 & 100 \end{array}\right]$$

Przykłady tapet (halftone screens) używanych w procesie roztrząsania



a)

b)

Obraz oryginalny oraz wyniki jego binaryzacji z roztrząsaniem (a) oraz bez roztrząsania (b)

a)

b)

Obraz oryginalny i dwa obrazy półtonowane: otrzymane metodą mikrowzorów (a) (10 fontów) oraz metodą binaryzacji z progowaniem losowym (b)