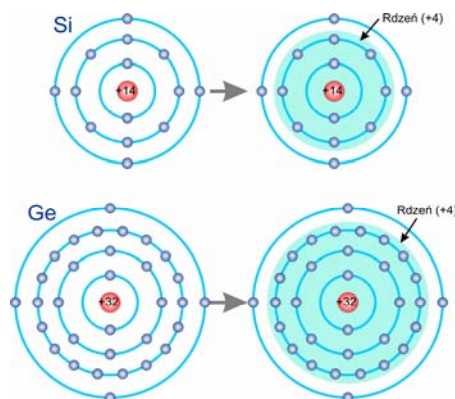

Elektrony i dziury w półprzewodnikach

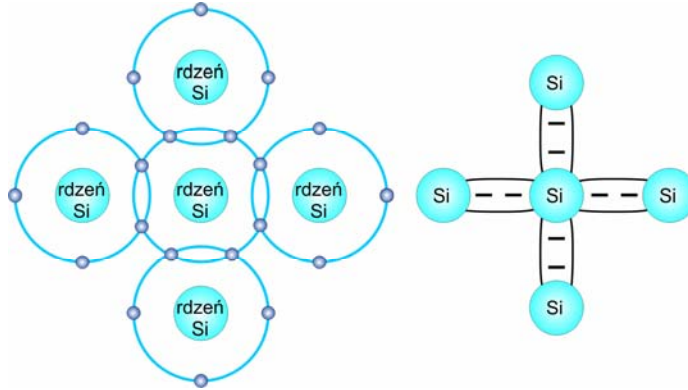
Atomy i rdzenie atomowe Si oraz Ge



- Si oraz Ge należą do grupy IV układu okresowego pierwiastków. Mają po 4 zewnętrzne elektrony.
- Tylko zewnętrzne elektrony uczestniczą w tworzeniu wiązań kowalencyjnych.
- Pozostałe elektrony i jądra można traktować w przybliżeniu jako rdzeń atomowy o ładunku $+4q$.

Wiązania kowalencyjne w kryształe Si

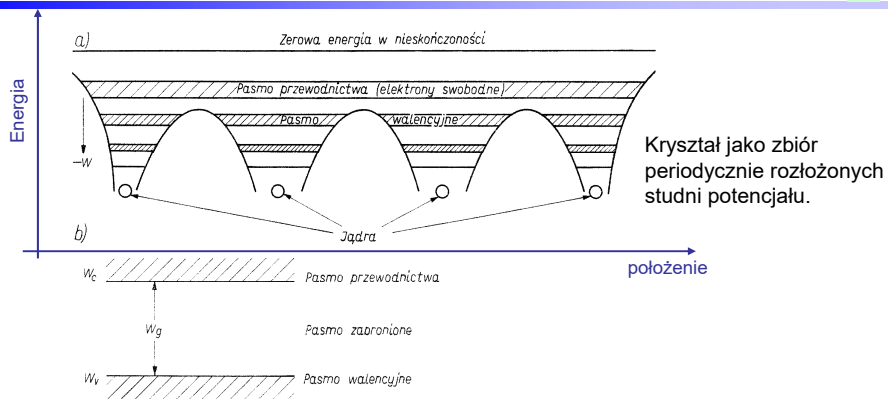
3



Atom Si w sieci krystalicznej dzieli się swoimi 4 elektronami walencyjnymi z 4 otaczającymi go atomami, tworząc wiązanie kowalencyjne.

Energetyczny model pasmowy półprzewodnika

4

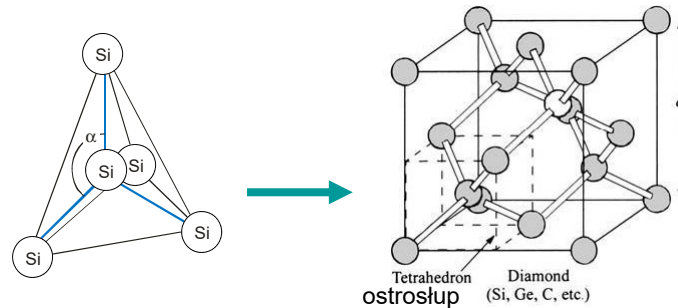


- W półprzewodniku, w wyniku oddziaływania rdzeni atomowych, dochodzi do utworzenia pasma przewodnictwa.
- Jest ono oddzielone przerwą energetyczną od pasma walencyjnego.
- Elektrony pasma walencyjnego i niższych nie mogą poruszać się swobodnie po kryształe.

W. Marciniak, „Przyrządy półprzewodnikowe i układy scalone”, WNT, 1979

Krzem krystalizuje w strukturze diamentu

5



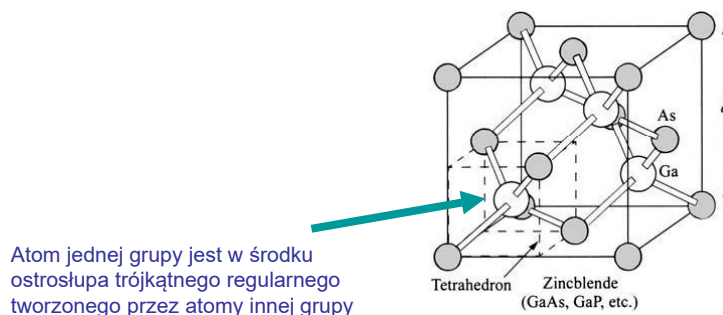
Krzem jest czterowartościowy, więc w sieci krystalicznej tworzy atom w środku ostrosłupa trójkątnego regularnego ze związanymi z nim atomami Si w wierzchołkach

Wiązania między ostrosłupami dają sieć z komórką regularną, powierzchniowo centrowaną – Si, Ge, C (diament)...

S.M.Sze, Kwok K.Ng, Physics of Semiconductor Devices, 3 ed, Wiley, 2006

GaAs krystalizuje w strukturze blendy cynkowej

6



Atom jednej grupy jest w środku ostrosłupa trójkątnego regularnego tworzonego przez atomy innej grupy

GaAs, GaP, InP, InAs....

a – niech będzie wielkością komórki sieci kryształu o strukturze regularnej (kubicznej).

Równanie Schrödingera dla pojedynczego elektronu w sieci krystalicznej po wielu przybliżeniach:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\mathbf{r}) \right] \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{k}) = E(\mathbf{k}) \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{k})$$

gdzie

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

h – stała Plancka;

$\mathbf{r} = (x, y, z)^T$ - wektor współrzędnych położenia w przestrzeni XYZ;

\mathbf{k} - wektor falowy;

m - masa elektronu;

$V(\mathbf{r})$ – przestrzennie periodyczny rozkład energii potencjalnej pola elektrycznego sieci krystalicznej;

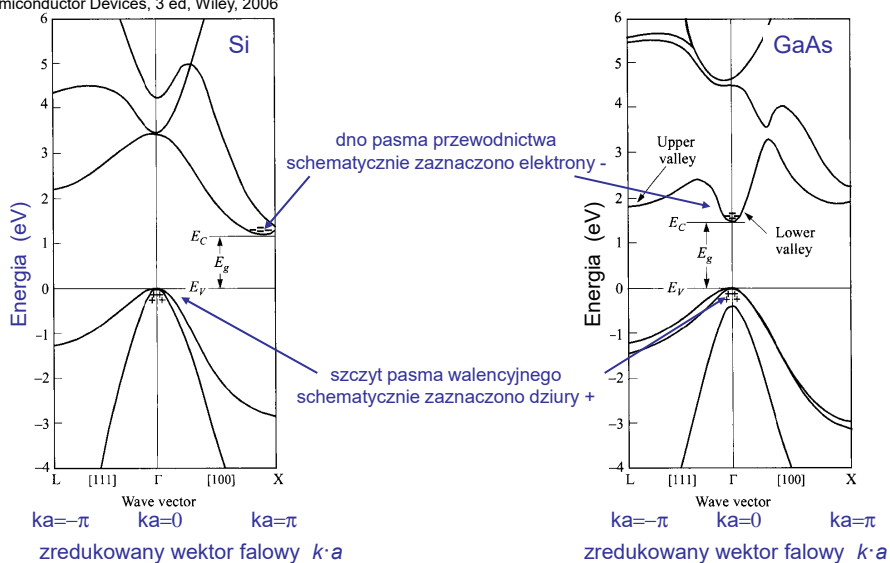
$E(\mathbf{k})$ – dozwolone wartości energii elektronu (wartości własne);

$\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{k})$ – funkcja falowa elektronu.

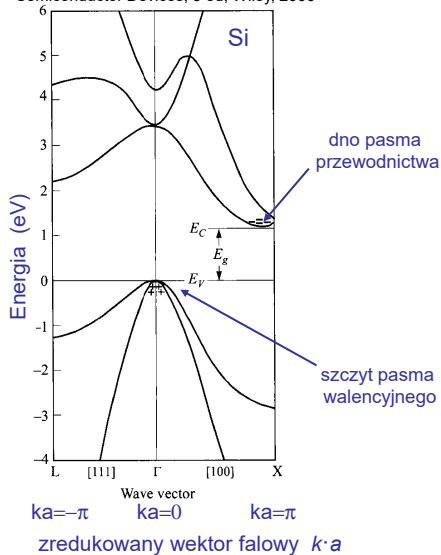
Zależność dyspersji pomiędzy wektorem falowym, energią elektronu

$E(\mathbf{k})$

S.M.Sze, Kwok K.Ng, Physics of Semiconductor Devices, 3 ed, Wiley, 2006



S.M.Sze, Kwok K.Ng, Physics of Semiconductor Devices, 3 ed, Wiley, 2006



W pobliżu ekstremów pasm zależność $E(k)$ można aproksymować parabolą

$$E(k) = E_0 + \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$$

gdzie masa efektywna elektronu m^*

$$\frac{1}{m^*} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E(k)}{\partial k^2}$$

W przypadku ogólnym masa efektywna jest tensorem m_{ij}^*

$$\frac{1}{m_{ij}^*} \equiv \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E(\mathbf{k})}{\partial k_i \partial k_j}$$

Prędkość grupową elektronu określamy jako

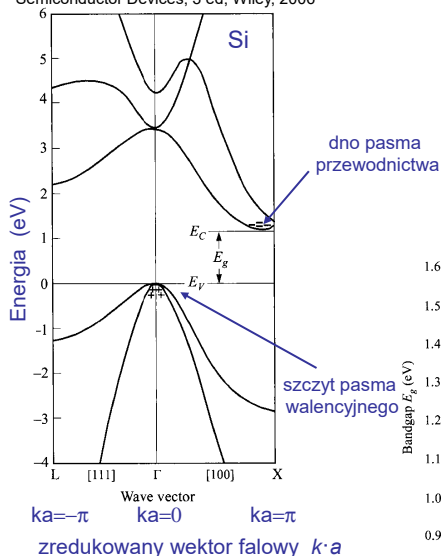
$$v_g = \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk}$$

Pseudopęd elektronu określamy jako

$$p = \hbar k$$

Przerwa energetyczna E_g

S.M.Sze, Kwok K.Ng, Physics of Semiconductor Devices, 3 ed, Wiley, 2006



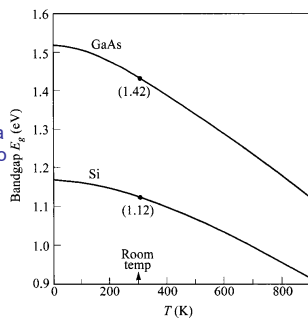
Elektrony (ani dziury) nie mogą obsadzać stanów energetycznych w przerwie energetycznej (paśmie zabronionym)

$$E_v < E < E_c$$

gdzie

$$E_g = E_c - E_v$$

szerokość przerwy energetycznej.

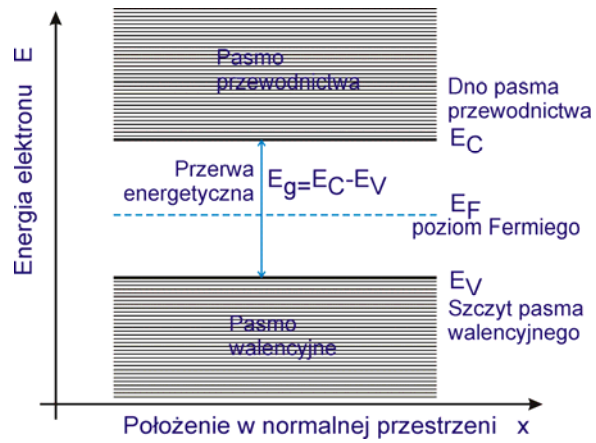


Zależność $E_g(T)$ dla Si oraz GaAs

	$E_g(0)$ (eV)	α (eV/K)	β (K)
GaAs	1.519	5.4×10^{-4}	204
Si	1.169	4.9×10^{-4}	655

$$E_g(T) = E_g(0) - \frac{\alpha T^2}{T + \beta}$$

- Elektrony, te które są, mogą się swobodnie (prawie) poruszać w paśmie przewodnictwa

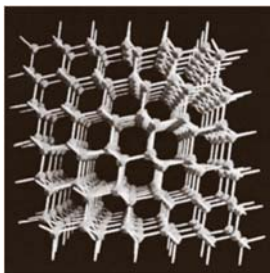


- Dziury – braki elektronów, mogą się swobodnie (prawie) poruszać w paśmie walencyjnym

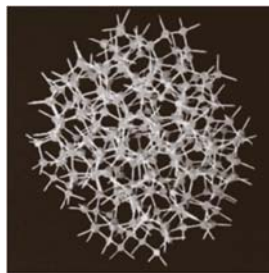
Strukt_pasmowa_2

amorficzny Si - 1

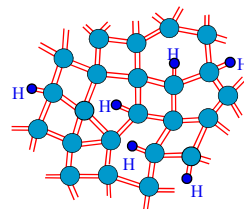
Struktura energetyczna półprzewodników amorficznych



Schematyczna reprezentacja ułożenia atomów w kryształe Si



Schematyczna reprezentacja amorficznego Si. Struktura ma defekty - brakujące atomy, „wiszące” wiązania.... Nie ma uporządkowania dalekiego zasięgu.



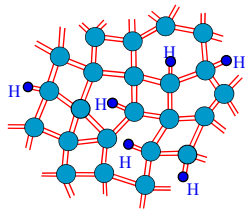
Dwuwymiarowa schematyczna reprezentacja amorficznego Si z „wiszącymi” wiązaniami zakończonymi atomami wodoru. Liczba atomu wodoru - zawyżona

Półprzewodnik amorficzny:

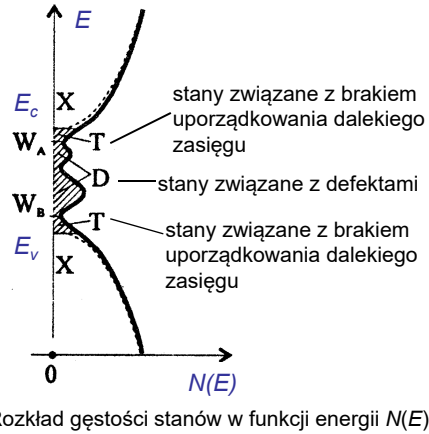
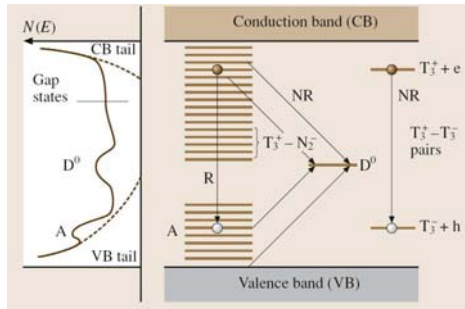
- Brak uporządkowania dalekiego zasięgu.
- Uporządkowanie bliskiego zasięgu - na odległość typowo 1 nm.
- Duża koncentracja defektów.

Kasap, Capper, Springer Handbook of Electronic and Photonic Materials, 2006

S.O.Kasap, Principles of Electronic Materials and Devices, McGraw-Hill, 2002



Dwuwymiarowa schematyczna reprezentacja amorficznego Si z „wiszącymi” wiązaniami zakończonymi atomami wodoru. Liczba atomu wodoru - zawyżona

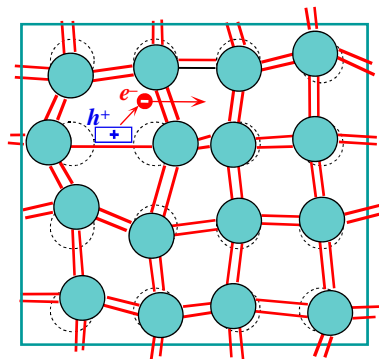


Rozkład gęstości stanów w funkcji energii $N(E)$

Gęstość stanów w zakresie energii $E_v < E < E_c$ nie jest zerowa jak dla idealnego kryształu

M.Polowczyk, E.Klugmann, Przyrządy Półprzewodnikowe", Wyd.PG, 2001

Półprzewodnik samoistny - monokryształ



Thermal vibrations of atoms can break bonds and thereby create electron-hole pairs.

S.O.Kasap, Principles of Electronic Materials and Devices, McGraw-Hill, 2002

T.Floyd, Electronic Devices, Prentice-Hall, 1999

W idealnym kryształe półprzewodnika, bez defektów – również bez domieszek, w temperaturze zera bezwzględnego pasmo walencyjne powinno być pozbawione dziur, a w paśmie przewodnictwa nie powinno być elektronów

Dla $T > 0$ K termiczne drgania atomów prowadzą do zerwania niektórych wiązań i generacji par elektron-dziura o koncentracji odpowiednio $n_i = p_i$.

Elektrony w paśmie przewodnictwa i dziury w paśmie walencyjnym mogą przewodzić prąd elektryczny.

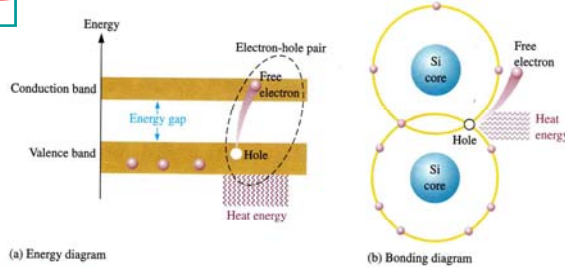
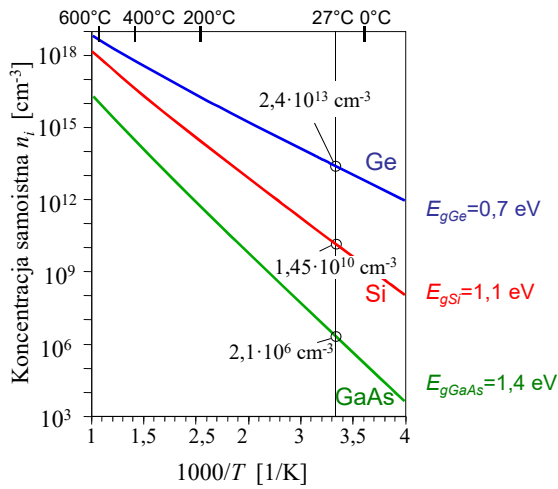


FIGURE 1-11 Creation of an electron-hole pair in an excited silicon atom. An electron in the conduction band is a free electron.

Temperaturowa zależność koncentracji nośników samoistnych n_i w GaAs, Si oraz Ge

15



Intensywność generacji termicznej par elektron-dziura zwiększa się ze wzrostem T .

Zależy również wykładniczo od szerokości przerwy energetycznej E_g .

$$n_i = p_i = \sqrt{N_c^* N_v^*} \cdot \exp\left(-\frac{E_g}{2k_B T}\right)$$

↑ efektywne gęstości stanów

Dla Si w temperaturze 300 K

$$n_i(300\text{K}) = p_i(300\text{K}) \approx 1,45 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$$

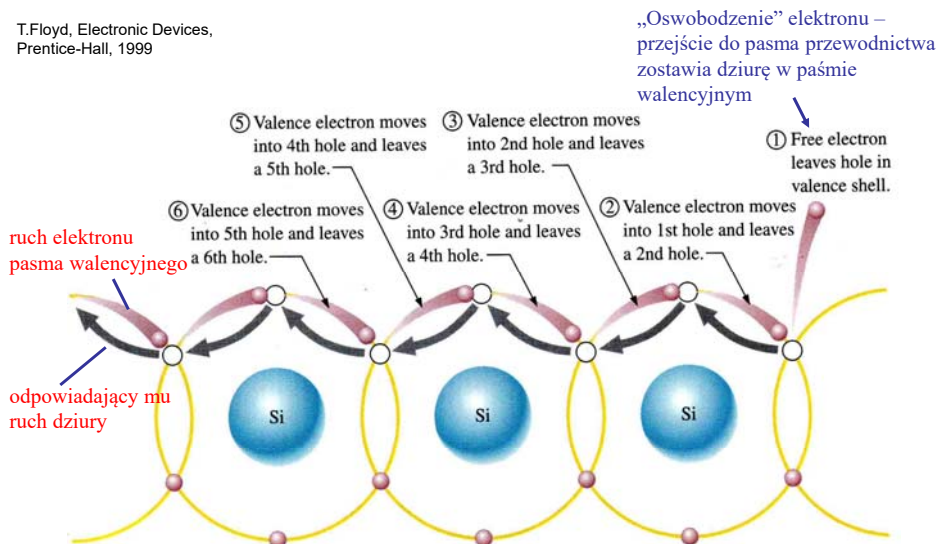
k_B – stała Boltzmanna, $1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$

S.O.Kasap, Principles of Electronic Materials and Devices, McGraw-Hill, 2002

Ruch dziury w paśmie walencyjnym

16

T.Floyd, Electronic Devices, Prentice-Hall, 1999



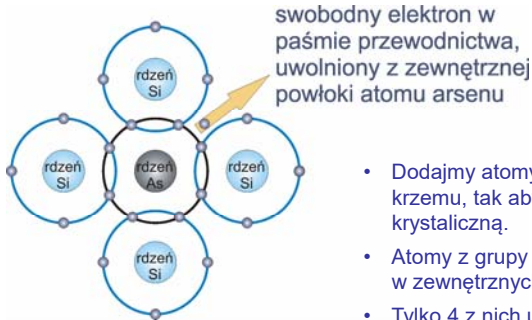
„Oswobodzenie” elektronu – przejście do pasma przewodnictwa zostawia dziurę w paśmie walencyjnym

ruch elektronu pasma walencyjnego

odpowiadający mu ruch dziury

Bariera energetyczna pomiędzy dziurą, a elektronami walencyjnymi sąsiednich atomów Si jest niewielka.

Termiczne drgania atomów w sieci krystalicznej wystarczają do jej pokonania i prowadzą do przemieszczania się dziury swobodnie po kryształ w paśmie walencyjnym.

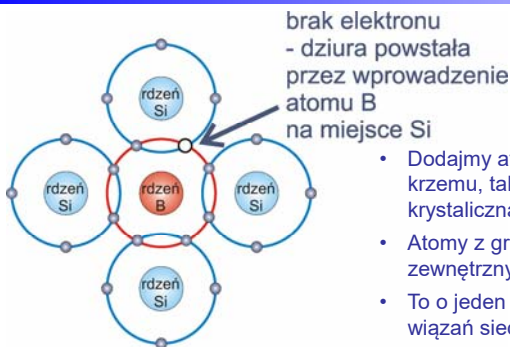


P, As, Sb – domieszki donorowe w krzemie

Koncentrację donorów, ich ilość w jednostkowej objętości, oznaczamy jako N_D

T.Floyd, Electronic Devices, Prentice-Hall, 1999

- Dodajmy atomy z grupy V układu okresowego do krzemu, tak aby wbudowały się w jego sieć krystaliczną.
- Atomy z grupy V – P, As, Sb - mają po 5 elektronów w zewnętrznych powłokach.
- Tylko 4 z nich uczestniczą w tworzeniu wiązań sieci krystalicznej krzemu.
- Piąty elektron związany jest słabo z rdzeniem atomu domieszki.
- Termiczne drgania atomów w sieci krystalicznej prowadzą do uwolnienia tego elektronu – może się poruszać swobodnie po kryształ jako elektron pasma przewodnictwa.
- Dodatkowo zjonizowany atom domieszki donorowej, np. As^+ , pozostaje nieruchomy.



B, Al, Ga – domieszki akceptorowe w krzemie

Koncentrację akceptorów, ich ilość w jednostkowej objętości, oznaczamy jako N_A

T.Floyd, Electronic Devices, Prentice-Hall, 1999

- Dodajmy atomy z grupy III układu okresowego do krzemu, tak aby wbudowały się w jego sieć krystaliczną.
- Atomy z grupy III – B, Al, Ga - mają po 3 elektrony w zewnętrznych powłokach.
- To o jeden elektron za mało z punktu widzenia wiązań sieci krystalicznej krzemu.
- Powstaje dziura w paśmie walencyjnym krzemu.
- Bariera energetyczna pomiędzy tą dziurą, a elektronami walencyjnymi sąsiednich atomów Si jest niewielka.
- Termiczne drgania atomów w sieci krystalicznej wystarczają do jej pokonania i prowadzą do przemieszczania się dziury swobodnie po kryształ w paśmie walencyjnym.
- Ujemnie zjonizowany atom domieszki akceptorowej, np. B^- , pozostaje nieruchomy.

Koncentracja elektronów zależy od gęstości dozwolonych poziomów energetycznych $N(E)$ oraz prawdopodobieństwa ich obsadzenia $f(E)$.

$$n = \int_{E_c}^{\infty} N_C(E) f(E) dE$$

gdzie

$N_C(E)dE$ – gęstość stanów elektronowych (ilość na jednostkę objętości) w przedziale energii elektronów od E do $E+dE$.

Gęstość stanów elektronowych $N_C(E)$ wyznacza się z zależności dyspersji $E(k)$:

$$N_C(E) \approx M_C \frac{\sqrt{2}}{\pi^2} \cdot \frac{m_{de}^{3/2} (E - E_c)^{1/2}}{\hbar^3}$$

gdzie M_C – ilość równoważnych minimów pasma przewodnictwa

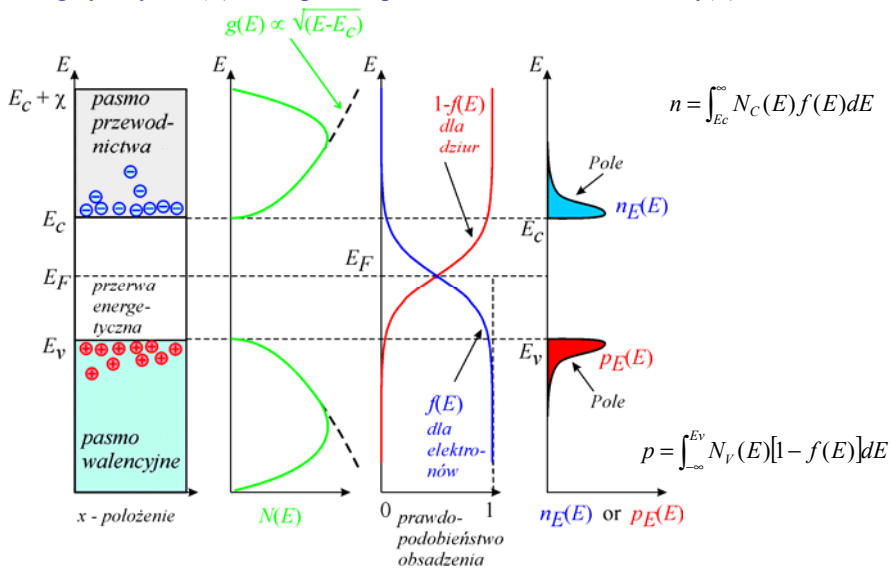
m_{de} – masa efektywna gęstości stanów pasma przewodnictwa.

Rozkład Fermiego-Diraca - prawdopodobieństwo obsadzenia stanów elektronowych $f(E)$ silnie zależy od temperatury

$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{k_B T}\right)}$$

E_F – poziom energii Fermiego; średnia wartość energii elektronu w równowadze termodynamicznej
 k_B - stała Boltzmana, $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K

Koncentracje elektronów i dziur zależą od gęstości dozwolonych poziomów energetycznych $N(E)$ oraz prawdopodobieństwa ich obsadzenia $f(E)$.



$$n \approx N_C^* \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{k_B T}\right) \quad p \approx N_V^* \exp\left(-\frac{E_F - E_v}{k_B T}\right)$$

$$pn \approx N_C^* N_V^* \exp\left(-\frac{E_c - E_v}{k_B T}\right)$$

Dla półprzewodnika w stanie równowagi termodynamicznej iloczyn koncentracji dziur i elektronów pn nie zależy od koncentracji donorów N_D lub akceptorów N_A .

$$E_c - E_v = E_g$$

Dla półprzewodnika w stanie równowagi termodynamicznej iloczyn koncentracji dziur i elektronów pn nie zależy od koncentracji donorów N_D lub akceptorów N_A i jest równy:

$$pn \approx N_C^* N_V^* \exp\left(-\frac{E_g}{k_B T}\right)$$

W szczególnym przypadku półprzewodnika samoistnego,
 $N_D = N_A = 0$ oraz $n_i = p_i$

$$pn = N_C^* N_V^* \exp\left(-\frac{E_g}{k_B T}\right) = n_i^2 \quad \longrightarrow \quad n_i = p_i = \sqrt{N_C^* N_V^*} \cdot \exp\left(-\frac{E_g}{2k_B T}\right)$$

Dla półprzewodnika w stanie równowagi termodynamicznej iloczyn koncentracji dziur i elektronów pn jest równy kwadratowi samoistnej koncentracji elektronów n_i^2 .

$$pn = n_i^2$$

Iloczyn ten nie zależy od domieszkowania, silnie zależy od T .

W stanie równowagi ładunek elektryczny elektronów i zjonizowanych akceptorów N_A^- jest równoważony przez ładunek dziur i zjonizowanych donorów N_D^+ :

$$n + N_A^- = p + N_D^+$$

Przy niezbyt wysokich koncentracjach, w krzemie, w temperaturze pokojowej

$$N_A^- = N_A \quad \text{oraz} \quad N_D^+ = N_D$$

Koncentracje równowagowe elektronów n i dziur p oraz poziom energii Fermiego E_F wyznacza się z warunku równowagi elektrycznej podstawiając:

$$n \approx N_C^* \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{k_B T}\right) \quad p \approx N_V^* \exp\left(-\frac{E_F - E_v}{k_B T}\right)$$

W stanie równowagi, w krzemie z przewagą donorów nad akceptorami, $N_D > N_A$

nośniki większościowe $n_{n0} = \frac{1}{2} \left[(N_D - N_A) + \sqrt{(N_D - N_A)^2 + 4n_i^2} \right]$

nośniki mniejszościowe $p_{n0} = \frac{n_i^2}{n_{n0}}$

Poziom energii Fermiego E_F wyznacza się z: $n \approx N_C^* \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{k_B T}\right)$

Dla $|N_D - N_A| \gg n_i$ oraz $N_D \gg N_A$

wyrażenia na koncentracje upraszczają się:

$$n_{n0} \approx N_D \quad p_{n0} = \frac{n_i^2}{N_D}$$

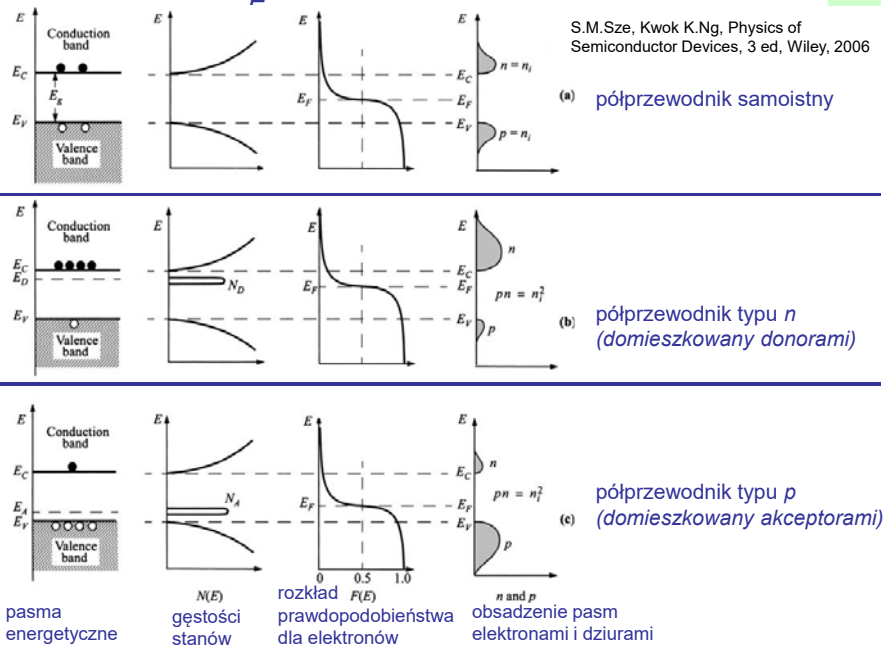
Podobnie, w stanie równowagi, w krzemie z przewagą akceptorów nad donorami, $N_A > N_D$

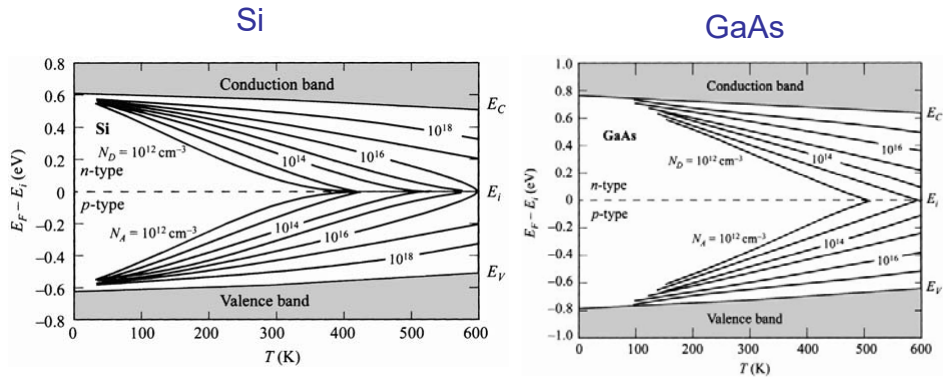
nośniki większościowe $p_{p0} = \frac{1}{2} \left[(N_A - N_D) + \sqrt{(N_A - N_D)^2 + 4n_i^2} \right]$

nośniki mniejszościowe $n_{p0} = \frac{n_i^2}{p_{p0}}$

Poziom energii Fermiego E_F wyznacza się z: $p \approx N_V^* \exp\left(-\frac{E_F - E_v}{k_B T}\right)$

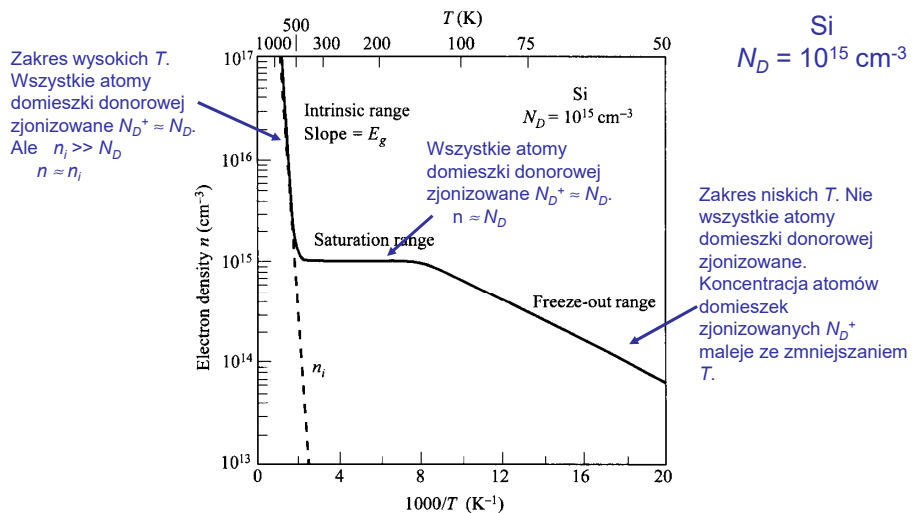
Dla $|N_A - N_D| \gg n_i$ oraz $N_A \gg N_D$
 wyrażenia na koncentracje upraszczają się:

$$p_{p0} \approx N_A \qquad n_{p0} = \frac{n_i^2}{N_A}$$




Fermi level for (a) Si and (b) GaAs as a function of temperature and impurity concentration. The dependence of the bandgap on temperature is also shown.

S.M.Sze, Kwok K.Ng, Physics of Semiconductor Devices, 3 ed, Wiley, 2006

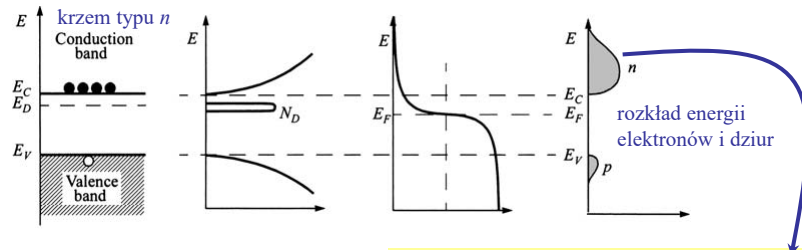


Electron density as a function of temperature for a Si sample with donor impurity concentration of 10^{15} cm^{-3} . (After Ref. 5.)

S.M.Sze, Kwok K.Ng, Physics of Semiconductor Devices, 3 ed, Wiley, 2006

Ruch termiczny nośników ładunku w półprzewodniku

29



Pseudopęd elektronu \mathbf{p} jest związany bezpośrednio z wektorem falowym \mathbf{k} :

$$\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k}$$

przy czym

$$\mathbf{p} = m_n^* \cdot \mathbf{v}$$

gdzie

m_n^* - masa efektywna elektronu

\mathbf{v} - wektor prędkości elektronu

$$\hbar = h/2\pi$$

h - stała Plancka = $6,62 \cdot 10^{-34}$ J·s

$$\text{energia elektronu } E = E_c + \frac{m_n^* \mathbf{v}^2}{2}$$

potencjalna kinetyczna

Średnia energia kinetyczna ruchu termicznego elektronu

$$E_{mth} = \frac{m_n^* \mathbf{v}_{mth}^2}{2} \quad E_{mth} = \frac{3}{2} k_B T$$

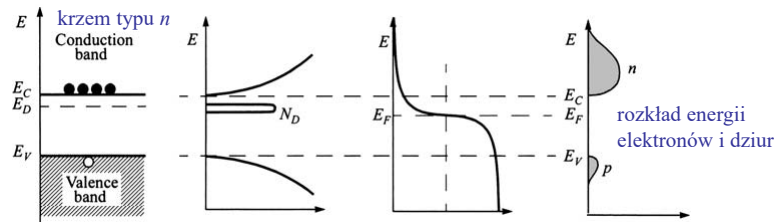
Średnia wartość prędkości ruchu termicznego elektronu:

$$v_{mth} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m_n^*}} \quad (k_B - \text{stała Boltzmann})$$

(Si, 300 K - $v_{thav} = 200$ km/s)

Ruch termiczny nośników ładunku w półprzewodniku

30



Średnia energia kinetyczna ruchu termicznego elektronu

$$E_{mth} = \frac{3}{2} k_B T$$

Średnia wartość prędkości ruchu termicznego elektronu:

$$v_{mth} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m_n^*}}$$

(k_B - stała Boltzmann)

Obliczone wartości są średnie dla chaotycznego co do kierunku i wartości prędkości ruchu termicznego elektronów.

Ustalają się one w wyniku rozpraszania E oraz \mathbf{v} w licznych kolizjach elektronów z drganiami sieci krystalicznej (fononami), atomami domieszek, innymi elektronami, dziurami ...

Analogicznie jest dla dziur!

$$\lambda_{mn} = v_{mth} \tau_{mn}$$

λ_{mn} - średnia droga swobodna elektronu między rozproszeniami (kolizjami) w sieci krystalicznej

τ_{mn} - średni czas swobodnego przelotu elektronu między rozproszeniami (kolizjami) w sieci krystalicznej

$$\tau_{mn} = \frac{\lambda_{mn}}{v_{mth}} = \frac{\lambda_{mn}}{\sqrt{\frac{3k_B T}{m_n^*}}}$$

$$\lambda_{mn} = v_{mnh} \tau_{mn}$$

λ_{mn} – średnia droga swobodna elektronu między rozproszeniami (kolizjami) w sieci krystalicznej

τ_{mn} – średni czas swobodnego przelotu elektronu między rozproszeniami (kolizjami) w sieci krystalicznej

$$\tau_{mn} = \frac{\lambda_{mn}}{v_{mnh}} = \frac{\lambda_{mn}}{\sqrt{\frac{3k_B T}{m_n^*}}}$$

W krzemie, przy $T = 300$ K $\lambda_{mn} = 7$ nm - średnia droga swobodna elektronu między rozproszeniami (kolizjami) w sieci krystalicznej wynosi około 7 nm.

W GaAs, przy $T = 300$ K $\lambda_{mn} = 100$ nm.

W GaAs, przy $T = 4,2$ K, w temperaturze ciekłego helu, $\lambda_{mn} > 1$ μ m.

$$L \gg \lambda_{mn}$$

Dla modelowania przyrządów półprzewodnikowych o długości ścieżki przepływu elektronów L dużo większych od λ_{mn} wygodnie jest rozpatrywać ruch elektronów wywołany przyłożeniem napięć na tle uśrednionego ruchu termicznego elektronów.

$$L \ll \lambda_{mn}$$

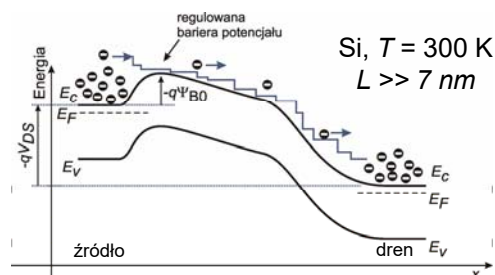
- Dla modelowania przyrządów półprzewodnikowych o długości L mniejszych od λ_{mn} nie możemy tak zrobić.
- Kolizje elektronów w sieci są nieliczne na drodze L . Można je pomijać w analizie.
- Taki transport elektronów nazywamy **balistycznym**.

Możliwe mechanizmy transportu dziur i elektronów

Dyfuzja i unoszenie w polu elektrycznym

$$L \gg \lambda_{mn}$$

Dla modelowania przyrządów półprzewodnikowych o długości ścieżki przepływu elektronów L dużo większych od λ_{mn} wygodnie jest rozpatrywać ruch elektronów wywołany przyłożeniem napięć na tle uśrednionego ruchu termicznego elektronów.



W krzemie, przy $T = 300$ K $\lambda_{mn} = 7$ nm - średnia droga swobodna elektronu między rozproszeniami (kolizjami) w sieci krystalicznej wynosi około 7 nm.

- W obecnie produkowanych przyrządach odległość dren – źródło jest tak duża, że elektrony doznają wielokrotnego rozpraszania. Ich energie i pędy relaksują.
- Wprowadza się pojęcie średniej prędkości unoszenia w polu \mathcal{E} na drodze między rozproszeniami.
- Transport nośników opisywany jest przy pomocy pojęć:
 - dyfuzji,
 - i unoszenia w polu \mathcal{E} z uśrednioną prędkością.

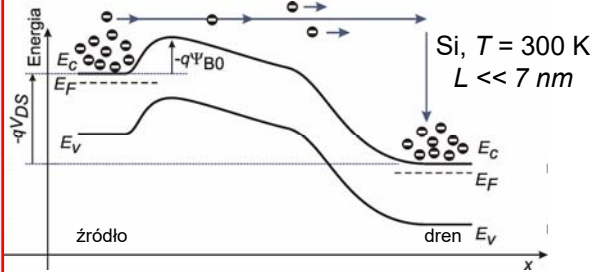
$$L \ll \lambda_{mn}$$

- Dla modelowania przyrządów półprzewodnikowych o długości L mniejszych od λ_{mn} nie możemy rozpatrywać ruchu elektronów wywołanego przyłożeniem napięć na tle uśrednionego ruchu termicznego elektronów.
- Kolizje elektronów w sieci są nieliczne na drodze L . Można je pomijać w analizie.
- Taki transport elektronów nazywamy **balistycznym**.

W GaAs, przy $T = 300$ K
 $\lambda_{mn} = 100$ nm, przy $T = 4,2$ K
 $\lambda_{mn} > 1$ μ m.

W krzemie, przy $T = 300$ K $\lambda_{mn} = 7$ nm

Transport balistyczny



- Elektrony nie doznają rozpraszania na drodze źródło - dren. Ich energie i pędy nie relaksują.
- Ich energie całkowite nie zmieniają się.
- W polu \mathcal{E} na drodze bariera-dren wzrasta pęd elektronu, a zatem jego energia kinetyczna.
- Energia kinetyczna może być bardzo wysoka, więc czas przelotu – bardzo krótki.
- Aby uniknąć rozpraszania odległość źródło-dren powinna być w GaAs < 20 nm, w krzemie < 5 nm.
- Takie tranzystory mogłyby działać przy $f > 10^{12}$ Hz ($f > 1$ THz)

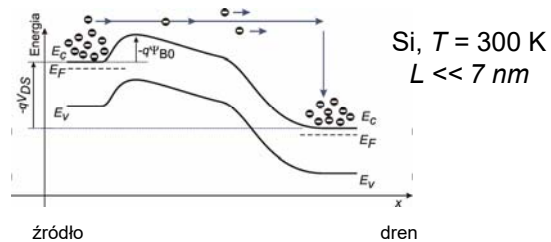
Kiedy przyrząd jest tak krótki, że można pominąć rozpraszanie elektronów - transport balistyczny

$$L \ll \lambda_{mn}$$

- Kolizje elektronów w sieci są nieliczne na drodze L . Można je pomijać w analizie.
- Taki transport elektronów nazywamy **balistycznym**.

W GaAs, przy $T = 300$ K
 $\lambda_{mn} = 100$ nm, przy $T = 4,2$ K
 $\lambda_{mn} > 1$ μ m.

W krzemie, przy $T = 300$ K $\lambda_{mn} = 7$ nm



Transport elektronów opisujemy zgodnie z zasadami dynamiki Newtona, używając masy efektywnej m_n^* . Na elektron działa siła F wywołana przez zewnętrzne pole elektryczne \mathcal{E} .

$$F = -q\mathcal{E}$$

Elektron doznaje przyspieszenia a

$$a = -\frac{q\mathcal{E}}{m_n^*}$$

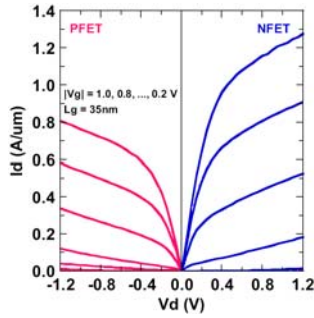
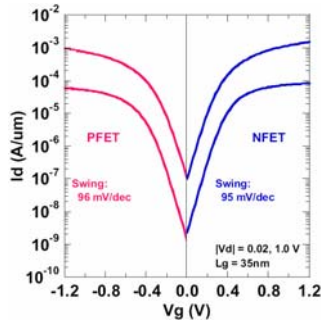
Czyli w stałym polu elektrycznym \mathcal{E} , prędkość elektronu v_n zmienia się od wartości v_{n0} jak

$$v_n(t) = v_{n0} - \frac{q\mathcal{E}}{m_n^*}t$$

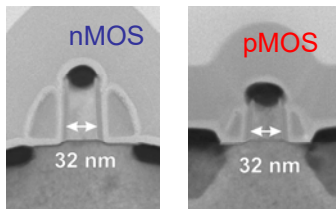
Transport z rozpraszaniem elektronów czy balistyczny?

35

Charakterystyki statyczne tranzystorów z kanałami o długości 32 nm, CMOS - FUJITSU - 2007



FUJITSU - T.Miyashita et al. IEDM 2007 S10P03



We współczesnych przyrządach krzemowych elektrony doświadają wielokrotnego rozpraszania.

$$\text{Si, } T = 300 \text{ K}$$

$$L_{ch} = 32 \text{ nm} \gg \lambda_{mn} = 7 \text{ nm}$$

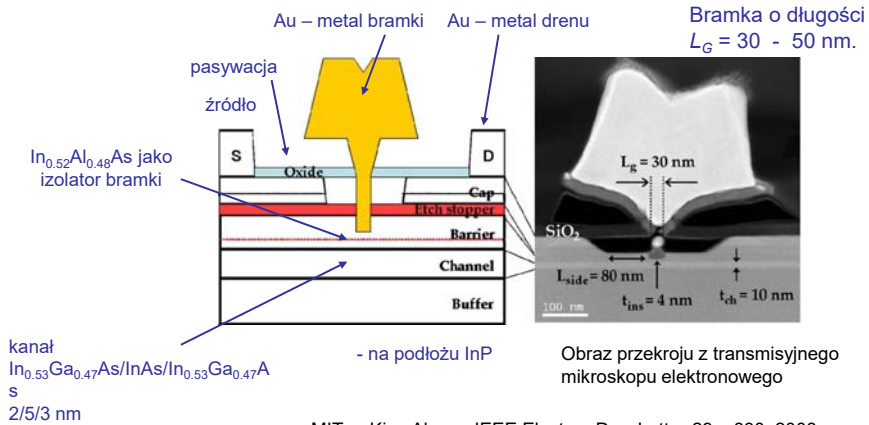
Transport elektronów nie jest balistyczny.

Transport z rozpraszaniem elektronów czy balistyczny?

36

Tranzystor HEMT (high electron mobility transistor) o rekordowo wysokiej częstotliwości granicznej $f_T = 628 \text{ GHz}$ (2008 r.)

- z kanałem z InAs
- oraz $\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}$ jako materiałem bramki o dużej szerokości przerwy energetycznej – w roli izolatora bramki

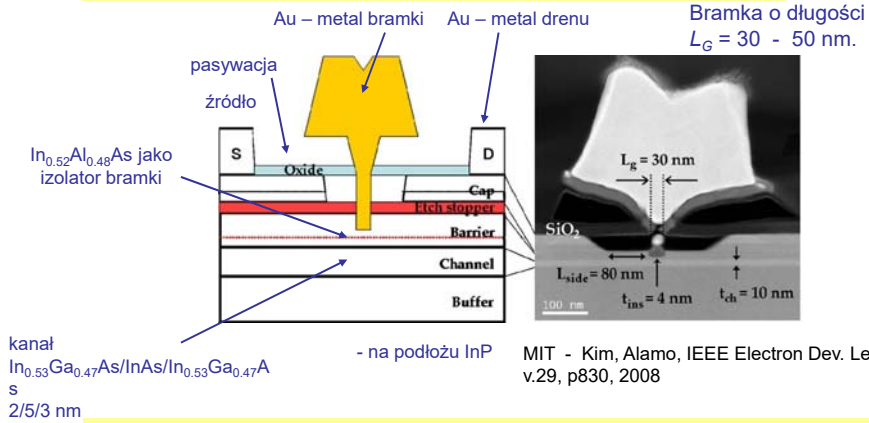


MIT - Kim, Alamo, IEEE Electron Dev. Lett, v.29, p830, 2008

Transport z rozpraszaniem elektronów czy balistyczny?

37

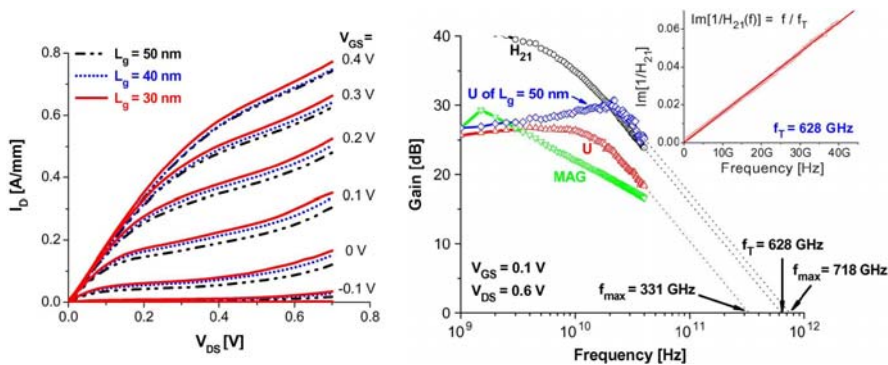
HEMT o rekordowo wysokim $f_T = 628$ GHz (2008 r.)
- z kanałem z InAs, oraz $\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}$ jako materiałem bramki, $L_G = 30 - 50$ nm



- W półprzewodnikach III-V, w temperaturze pokojowej $\lambda_{mn} > 100$ nm.
- Ale tylko dla niewielkich napięć dren – źródło.
- Ocenia się, że dla realnie pracujących przyrządów transport balistyczny powinien dominować przy długości kanału $L_g < 20$ nm.
- Jesteśmy blisko!

HEMT o rekordowo wysokim $f_T = 628$ GHz (2008 r.)
- z kanałem z InAs, oraz $\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}$ jako materiałem bramki, $L_G = 30 - 50$ nm

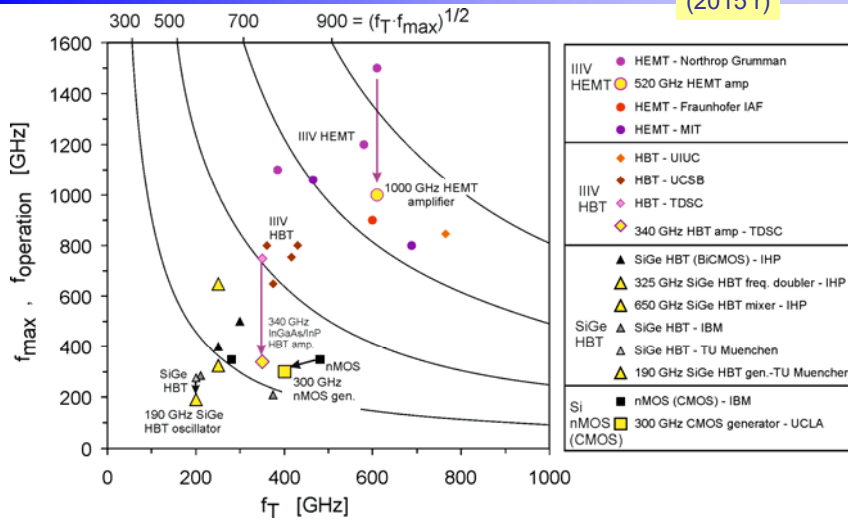
38



f_{max} – graniczna częstotliwość przy której tranzystor może wzmacniać moc, to jest przy której $P_{wy} / P_{we} > 1$
 f_T – graniczna częstotliwość przy której tranzystor może wzmacniać prąd, to jest przy której, dla składowej zmiennej $I_d / I_g > 1$

MIT - Kim, Alamo, IEEE Electron Dev. Lett, v.29, p830, 2008

(2015 r)



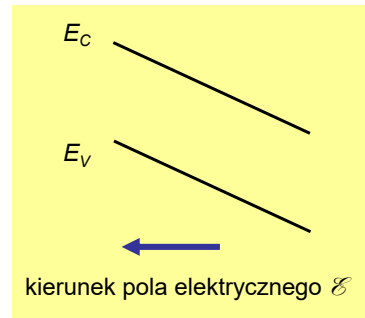
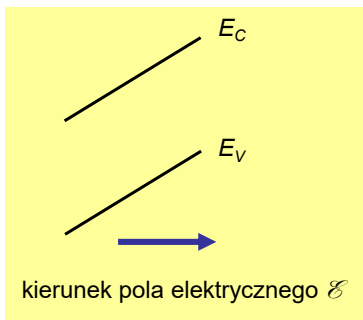
f_{max} – graniczna częstotliwość przy której tranzystor może wzmacniać moc, to jest przy której, dla składowej zmiennej $P_{out} / P_{in} > 1$
 f_T – graniczna częstotliwość przy której tranzystor może wzmacniać prąd, to jest przy której, dla składowej zmiennej $I_d / I_g > 1$

Półprzewodnik w polu elektrycznym

- E – energia
- \mathcal{E} – natężenie pola elektrycznego
- Ψ – potencjał elektryczny
- q – ładunek elementarny, $q = -e \approx 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ A} \cdot \text{s}$

$$E = -q \cdot \Psi$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Psi}{dx} = \frac{1}{q} \cdot \frac{dE}{dx}$$



Kiedy przyrząd jest tak długi, że nie można pominąć rozpraszania elektronów

$$L \gg \lambda_{mn}$$

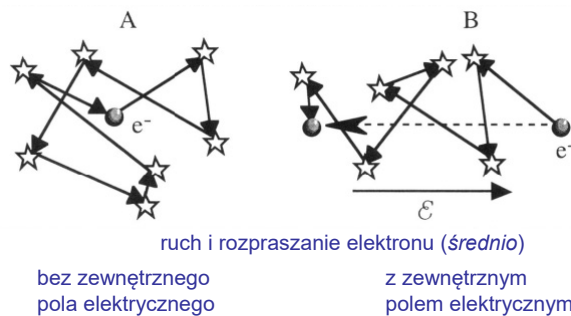
- Elektrony (dziury) doznają wielokrotnego rozpraszania. Ich energie i pędy zmieniają się podlegając regułom statystycznym.
- Na tle tego ruchu termicznego rozważa się ich średnie prędkości unoszenia v_{drift} w zewnętrznym polu elektrycznym \mathcal{E} .

$\lambda_{mn} = v_{mnh} \tau_{mn}$

λ_{mn} – średnia droga swobodna elektronu między rozproszeniami (kolizjami) w sieci krystalicznej

τ_{mn} – średni czas swobodnego przelotu elektronu między rozproszeniami (kolizjami) w sieci krystalicznej

$$\tau_{mn} = \frac{\lambda_{mn}}{v_{mnh}} = \frac{\lambda_{mn}}{\sqrt{\frac{3k_B T}{m_n^*}}}$$



J.-P. Colinge, C.A. Colinge, "Physics of Semiconductor Devices", Springer 2002

Kiedy przyrząd jest tak długi, że nie można pominąć rozpraszania elektronów

$$L \gg \lambda_{mn}$$

- Elektrony (dziury) doznają wielokrotnego rozpraszania. Ich energie i pędy zmieniają się podlegając regułom statystycznym.
- Na tle tego ruchu termicznego rozważa się ich średnie prędkości unoszenia v_{drift} w zewnętrznym polu elektrycznym \mathcal{E} .
- Dla niewielkich natężeń \mathcal{E} średnią prędkość unoszenia elektronów v_{driftn} :

$$v_{driftn} = -\mu_n \mathcal{E}$$

- Dla niewielkich natężeń \mathcal{E} średnią prędkość unoszenia dziur v_{driftp} :

$$v_{driftp} = \mu_p \mathcal{E}$$

- ponieważ ruchliwość określana jest przez rozpraszanie, jej wartość związana jest ze średnim czasem przelotu τ_{mn} i średnią drogą swobodną λ_{mn} :

$$\mu_n = \frac{q \tau_{mn}}{m_n^*} = \frac{q \lambda_{mn}}{\sqrt{3k_B T m_n^*}}$$

$\lambda_{mn} = v_{mnh} \tau_{mn}$

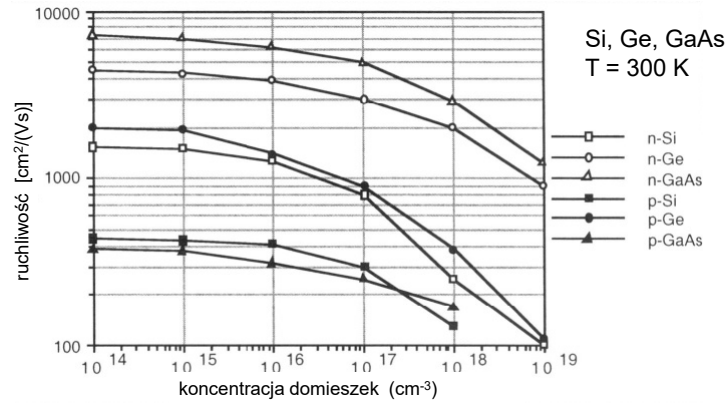
λ_{mn} – średnia droga swobodna elektronu między rozproszeniami (kolizjami) w sieci krystalicznej

τ_{mn} – średni czas swobodnego przelotu elektronu między rozproszeniami (kolizjami) w sieci krystalicznej

$$\tau_{mn} = \frac{\lambda_{mn}}{v_{mnh}} = \frac{\lambda_{mn}}{\sqrt{\frac{3k_B T}{m_n^*}}}$$

W krzemie ruchliwości elektronów i dziur, μ_n oraz μ_p , wynikają głównie z rozpraszania na:

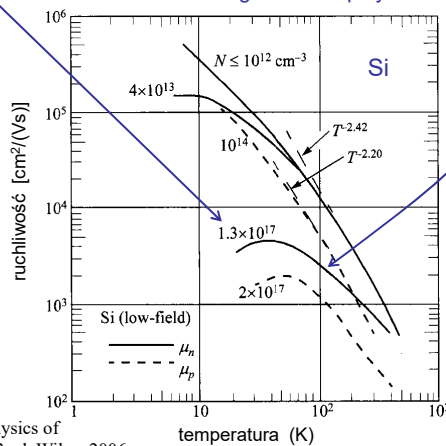
- drganiach cieplnych sieci krystalicznej.
- atomach domieszek – na donorach i akceptorach.



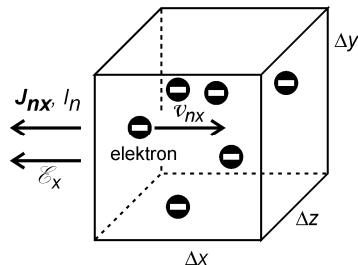
J.-P. Colinge, C.A. Colinge, "Physics of Semiconductor Devices", Springer 2002

W krzemie ruchliwości elektronów i dziur, μ_n oraz μ_p , wynikają głównie z rozpraszania na:

- atomach domieszek – na donorach i akceptorach.
- drganiach cieplnych sieci krystalicznej



S.M.Sze, Kwok K.Ng, Physics of Semiconductor Devices, 3 ed, Wiley, 2006



Wytwórzmy w próbce Si pole elektryczne o natężeniu \mathcal{E}_x i zwrocie jak na rys. Elektrony są unoszone na prawo ze średnią prędkością v_{nx} . W czasie

$$\Delta t = \Delta x / v_{nx}$$

przez prawą ścianę elementu $\Delta x \Delta y \Delta z$ przepłyną wszystkie elektrony z tego elementu. Elektronowy prąd unoszenia możemy zapisać jako:

$$\Delta I_n = - \frac{\Delta Q}{\Delta t} = - \frac{qn \Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} = - qn v_x \Delta y \Delta z$$

Gęstość prądu elektronowego J_{nx} obliczamy jako:

$$J_{driftnx} = \frac{\Delta I_n}{\Delta y \Delta z} = - qn v_{nx}$$

czyli

$$J_{driftnx} = qn \mu_n \mathcal{E}_x$$

elektronowy i
dziurowy prąd
unoszenia

Gdy koncentracje elektronów w próbce półprzewodnika są stałe:

$$J_{driftnx} = qn \mu_n \mathcal{E}_x \quad J_{driftpx} = qp \mu_p \mathcal{E}_x$$

gdzie $J_{driftnx}$ i $J_{driftpx}$ są elektronową i dziurową składową gęstości prądu unoszenia J_{driftx} w kierunku x .

$$J_{driftx} = qn \mu_n \mathcal{E}_x + qp \mu_p \mathcal{E}_x$$

Konduktywność σ (przewodność właściwa, odwrotność rezystancji właściwej – rezystywności ρ)

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{J_{driftx}}{\mathcal{E}_x} = qn \mu_n + qp \mu_p$$

Dla półprzewodnika typu n często

$$n_n \approx N_D \gg p_n \approx \frac{n_i^2}{n_n}$$

Dla półprzewodnika typu n często

$$n_n \approx N_D \gg p_n \approx \frac{n_i^2}{n_n}$$

czyli

$$J_{drift_{nx}} \gg J_{drift_{px}}$$

$$J_{drift_x} \approx J_{drift_{nx}} = qn\mu_n \mathcal{E}_x$$

Konduktywność σ (przewodność właściwa, odwrotność rezystancji właściwej – rezystywności ρ)

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \approx qn\mu_n$$

Dla półprzewodnika typu p często

$$p_p \approx N_A \gg n_p \approx \frac{n_i^2}{p_p}$$

czyli

$$J_{drift_{px}} \gg J_{drift_{nx}}$$

$$J_{drift_x} \approx J_{drift_{px}} = qp\mu_p \mathcal{E}_x$$

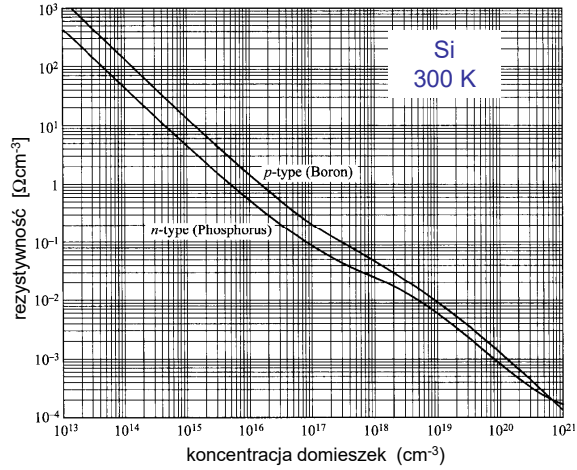
Konduktywność σ (przewodność właściwa, odwrotność rezystancji właściwej – rezystywności ρ)

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \approx qp\mu_p$$

Dla $N_D, N_A \gg n_i$:

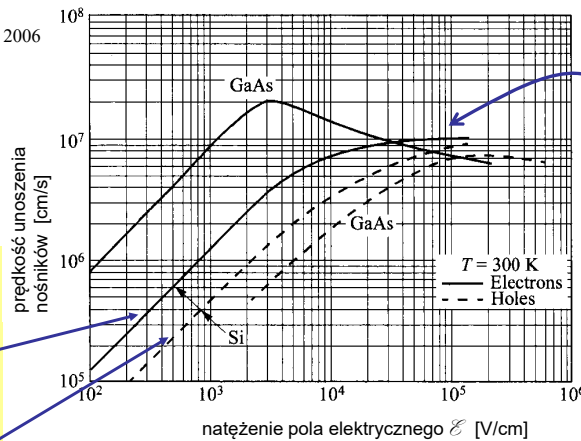
$$\rho_n \approx \frac{1}{qn_n\mu_n}$$

$$\rho_p \approx \frac{1}{qp_p\mu_p}$$



S.M.Sze, Kwok K.Ng, Physics of Semiconductor Devices, 3 ed, Wiley, 2006

S.M.Sze, Kwok K.Ng, Physics of Semiconductor Devices, 3 ed, Wiley, 2006



Dla niewielkich natężeń pola elektrycznego \mathcal{E}

$$v_{driftn} = -\mu_n \mathcal{E}$$

$$v_{driftp} = \mu_p \mathcal{E}$$

Dla dużych natężeń pola elektrycznego \mathcal{E} , w krzemie $\mathcal{E} > 10^4$ V/cm

$$v_{driftn} = v_{satn}$$

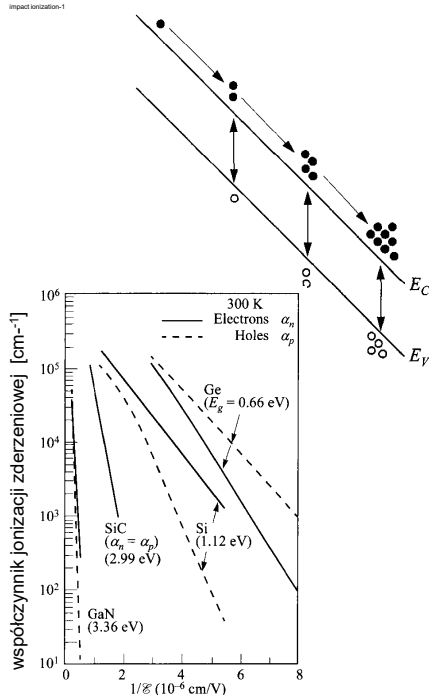
$$v_{driftp} = v_{satp}$$

Jonizacja zderzeniowa
– mechanizm przebiecia lawinowego

51

Przy bardzo dużych natężeniach pola elektrycznego \mathcal{E} , w krzemie rzędu 10^6 V/cm, mimo rozpraszania niektóre nośniki zyskują na tyle duże energie, że dochodzi do jonizacji zderzeniowej

- elektron z pasma przewodnictwa przekazuje elektronowi walencyjnemu energię wystarczającą by go wprowadzić do pasma przewodnictwa; generowana jest dodatkowa para elektron-dziura;
- proces ten może zachodzić lawinowo – przebiecia lawinowe.



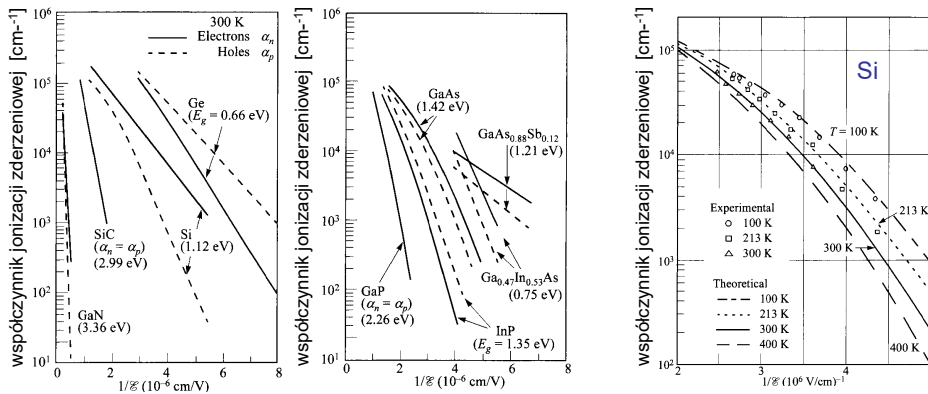
S.M.Sze, Kwok K.Ng, Physics of Semiconductor Devices, 3 ed, Wiley, 2006

Jonizacja zderzeniowa – mechanizm przebiecia lawinowego

52

S.M.Sze, Kwok K.Ng, Physics of Semiconductor Devices, 3 ed, Wiley, 2006

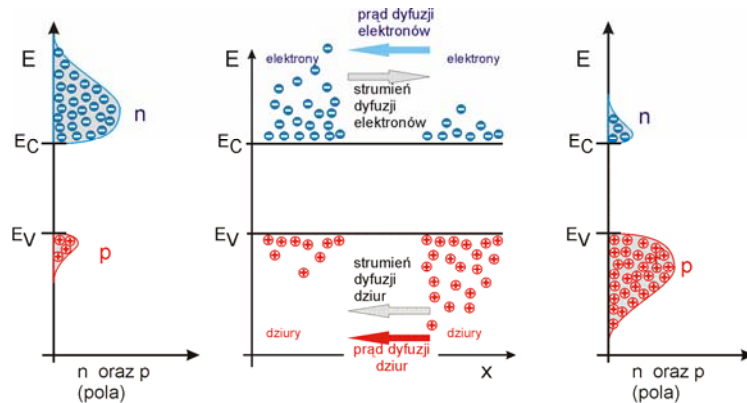
- Współczynnik jonizacji zderzeniowej mniejszy dla większych szerokości przerwy energetycznej E_g ;
- Współczynnik jonizacji zderzeniowej maleje ze wzrostem T .



Kiedy przyrząd jest tak długi, że nie można pominąć rozpraszania elektronów

$$L \gg \lambda_{mn}$$

- Załóżmy, że w próbce półprzewodnika, np. Si, występuje nierównomierny rozkład koncentracji elektronów lub dziur.
- W takiej sytuacji konsekwencją skończonej gęstości stanów funkcji energii nośników są strumienie dyfuzji elektronów lub dziur, czyli prądy dyfuzyjne – „próbujące wyrównać koncentracje”.
- Koncentracje elektronów lub dziur, ustalają się w wielu cyklach przepływu i rozpraszania.
- Prądy dyfuzyjne płyną nawet jeżeli natężenie pola elektrycznego \mathcal{E} jest zerowe.



- Załóżmy, że w próbce półprzewodnika, np. Si, występuje nierównomierny rozkład koncentracji elektronów lub dziur.
- W takiej sytuacji konsekwencją skończonej gęstości stanów funkcji energii nośników są strumienie dyfuzji elektronów lub dziur, czyli prądy dyfuzyjne – „próbujące wyrównać koncentracje”.
- Koncentracje elektronów lub dziur, ustalają się w wielu cyklach przepływu i rozpraszania.
- Prądy dyfuzyjne płyną nawet jeżeli natężenie pola elektrycznego \mathcal{E} jest zerowe.

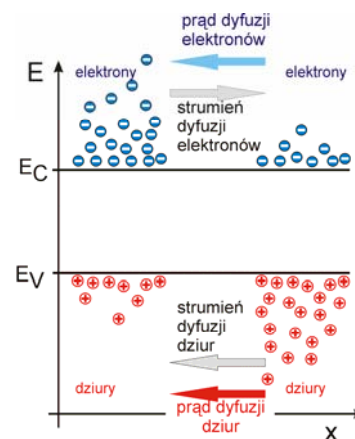
$$J_{difnx} = qD_n \frac{dn}{dx}$$

$$J_{difpx} = -qD_p \frac{dp}{dx}$$

gdzie stałe dyfuzji D_n oraz D_p określają zależności Einstein'a:

$$D_n = \mu_n \frac{k_B T}{q}$$

$$D_p = \mu_p \frac{k_B T}{q}$$



Gęstość składowej elektronowej prądu przewodzenia J_n jest sumą składowej unoszenia w polu elektrycznym \mathcal{E} oraz składowej dyfuzyjnej:

$$J_{nx} = J_{driftnx} + J_{difn}$$

$$J_{nx} = qn\mu_n \mathcal{E}_x + qD_n \frac{dn}{dx}$$

Gęstość składowej dziurowej prądu przewodzenia J_p

$$J_{px} = J_{driftpx} + J_{difpx}$$

$$J_{px} = qp\mu_p \mathcal{E}_x - qD_p \frac{dp}{dx}$$

Gęstość prądu przewodzenia J w półprzewodniku:

$$J_x = J_{nx} + J_{px}$$

Natężenie pola elektrycznego w niejednorodnie domieszkowanym półprzewodniku

- Załóżmy, że próbka półprzewodnika, np. Si, jest nierównomiernie domieszkowana donorami lub akceptorami.
- Niech próbka znajduje się w stanie równowagi termodynamicznej, czyli:

$$pn = n_i^2$$

$$J_{nx} = 0 \quad \text{czyli} \quad 0 = qn\mu_n \mathcal{E}_x + qD_n \frac{dn}{dx}$$

E w niejednorodnym półprzewodniku

Równanie to oznacza, że w stanie równowagi termodynamicznej składowe unoszenia i dyfuzyjna są równe co do wartości, ale mają przeciwne znaki – wypadkowo znoszą się.

Przy uwzględnieniu zależności Einsteina na stałą dyfuzji D_n :

$$D_n = \mu_n \frac{k_B T}{q}$$

Natężenie pola elektrycznego \mathcal{E}_x w niejednorodnym półprzewodniku w stanie równowagi wynosi:

$$\mathcal{E}_x = -\frac{k_B T}{q} \cdot \frac{1}{n(x)} \frac{dn(x)}{dx} \qquad \mathcal{E}_x = \frac{k_B T}{q} \cdot \frac{1}{p(x)} \frac{dp(x)}{dx}$$

W półprzewodniku typu n , gdy $n \approx N_D \gg n_i$:

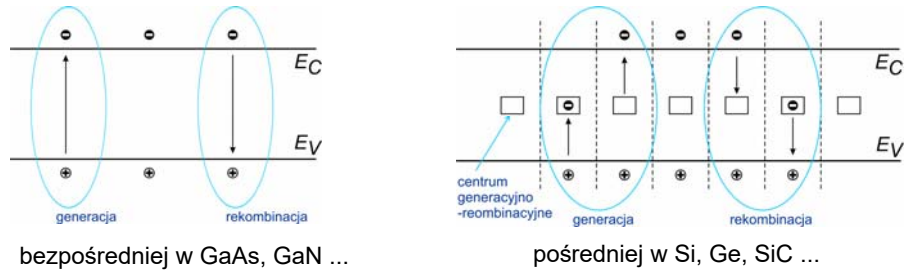
$$\mathcal{E}_x = -\frac{k_B T}{q} \cdot \frac{1}{N_D(x)} \frac{dN_D(x)}{dx}$$

W półprzewodniku typu p , gdy $p \approx N_A \gg n_i$:

$$\mathcal{E}_x = \frac{k_B T}{q} \cdot \frac{1}{N_A(x)} \frac{dN_A(x)}{dx}$$

- W półprzewodnikach zachodzą procesy generacji i rekombinacji par elektron-dziura;
- samorzutnie – pod wpływem drań termicznych sieci krystalicznej,
- lub wymuszone, np. przez oświetlenie.

Modele generacji i rekombinacji



Niech generacja i rekombinacja par elektron-dziura zachodzi równomiernie i niech przez półprzewodnik nie płynie prąd.

Niech generacja i rekombinacja par elektron-dziura zachodzi równomiernie i niech przez półprzewodnik nie płynie prąd.

$$\frac{\partial n}{\partial t} = G_n - U_n = G - \frac{n - n_0}{\tau}$$

generacja spowodowana czynnikiem zewnętrznym

zanik koncentracji nadmiarowej w warunkach równowagi

$$\frac{\partial p}{\partial t} = G_p - U_p = G - \frac{p - p_0}{\tau}$$

n_0, p_0 - koncentracje równowagowe elektronów i dziur.

G_n, G_p - szybkości generacji elektronów i dziur.

U_n, U_p - szybkości rekombinacji elektronów i dziur.

G - szybkość generacji (lub rekombinacji jeśli ujemna) spowodowana czynnikiem zewnętrznym.

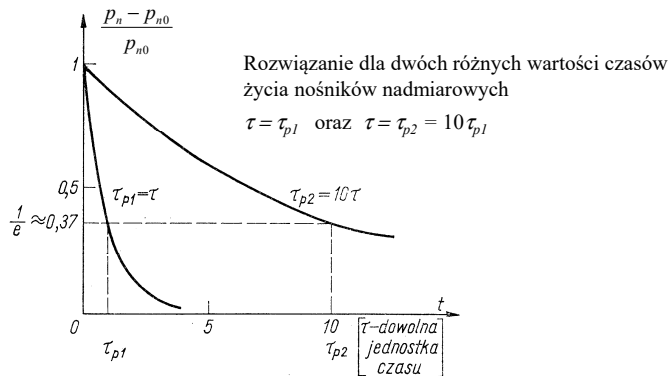
$\tau_n = \tau_p = \tau$ - czas życia nośników nadmiarowych.

Próbkę krzemu typu n oświetlono równomiernie światłem o energii kwantu promieniowania większej od E_g . W chwili $t=0$ oświetlenie wyłączono. Jak zmienia się w czasie koncentracja dziur p_n ?

$$\frac{\partial p}{\partial t} = G - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau}$$

$p_{n0} \approx n_i^2/N_D$ - koncentracja równowagowa dziur.
 $\tau_n = \tau_p = \tau$ - czas życia nośników nadmiarowych.

$G(t < 0) > 0$
 $G(t \geq 0) = 0$
 G - szybkość generacji spowodowana oświetleniem.

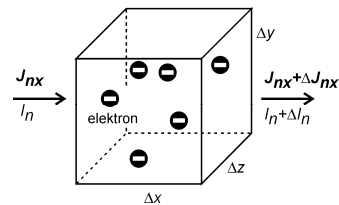


Zaniedbajmy generację i rekombinację.

Do elementu $\Delta x \Delta y \Delta z$ wpływa prąd elektronowy $I_{nx} = J_{nx} \Delta y \Delta z$

a wypływa z niego $I_{nx} + \Delta I_{nx} = (J_{nx} + \Delta J_{nx}) \Delta y \Delta z$

Różnica ΔI_{nx} ładuje element $\Delta x \Delta y \Delta z$:



$$\Delta Q = -\Delta I_n \cdot \Delta t$$

$$\Delta Q = -q \partial n \Delta x \Delta y \Delta z$$

$$-\Delta I_n \cdot \Delta t = -\Delta J_n \cdot \Delta y \Delta z \cdot \Delta t$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q} \frac{\partial J_n}{\partial x}$$

Po uwzględnieniu dodatkowo szybkości generacji G_n i rekombinacji U_n otrzymujemy prawo ciągłości ładunku elektronów:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = G_n - U_n + \frac{1}{q} \frac{\partial J_n}{\partial x}$$

Podobnie - prawo ciągłości ładunku dziur:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = G_p - U_p - \frac{1}{q} \frac{\partial J_p}{\partial x}$$

Równanie Poissona – na rozkład potencjału Ψ :

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = \frac{q(n - p + N_A^- - N_D^+)}{\epsilon \epsilon_0}$$

Równanie ciągłości ładunku elektronów:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = G_n - U_n + \frac{1}{q} \frac{\partial J_n}{\partial x}$$

Równanie ciągłości ładunku dziur:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = G_p - U_p - \frac{1}{q} \frac{\partial J_p}{\partial x}$$

Równanie na gęstość prądu przewodzenia elektronów:

$$J_{nx} = qn\mu_n \mathcal{E}_x + qD_n \frac{dn}{dx}$$

Równanie na gęstość prądu przewodzenia dziur:

$$J_{px} = qp\mu_p \mathcal{E}_x - qD_p \frac{dp}{dx}$$

Równanie na całkowitą gęstość prądu przewodzenia:

$$J_x = J_{nx} + J_{px}$$

UWAGA:

Można stosować tylko gdy długość ścieżki przepływu nośników ładunku elektrycznego jest dużo większa niż średnia droga swobodna nośników pomiędzy rozproszczeniami.

$$L \gg \lambda_{mn}$$

Ten układ równań z odpowiednimi warunkami brzegowymi i początkowymi jest rozwiązywany przez cyfrowe symulatory przyrządów elektronicznych. Rozwiązania analityczne wymagają uproszczeń.

Dziękuję za uwagę!